

THESE

Présentée devant

L'Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse

pour obtenir le grade de
DOCTEUR DE L'I.N.S.A.T
spécialité - Génie Mécanique -

par

Pierre LALONDE

ETUDE EXPERIMENTALE D'ECOULEMENTS GAZEUX DANS LES MICROSYSTEMES A FLUIDES

Soutenue le 2 juillet 2001 devant le jury composé de:

Jean-Jacques BARRAU
Robert CAEN
Henri CAMON
Stéphane COLIN
Daniel ESTEVE
Jean-Claude LENGRAND
Sedat TARДУ

Professeur, Examineur
Professeur, Co-directeur de Thèse
Chargé de Recherches, Examineur
Maître de Conférences, Co-directeur de Thèse
Directeur de Recherches, Examineur
Directeur de Recherches, Rapporteur
Maître de Conférences, Rapporteur

Remerciements

Cet ouvrage n'est pas simplement le fruit de quelques années de travail au sein d'une équipe de recherche, il est aussi l'aboutissement d'un parcours de vie, commencé dès le plus jeune âge, où j'ai appris à aimer les sciences. J'aimerais donc remercier en premier lieu ma famille, mes professeurs, mes nounous et mes proches qui m'ont toujours soutenu pour avancer dans la voie que j'ai choisie.

L'heure est venue de remercier tous ceux et celles qui m'ont aidé à mener à bien cette étude, en commençant par mes directeurs Robert Caen et Stéphane Colin, qui m'ont témoigné confiance et amitié, et dont le recul scientifique m'a été précieux.

Je ne saurais jamais assez remercier Marc Anduze, qui lors de sa thèse, m'a fait profiter de son expérience et de ses connaissances, et qui a toujours su communiquer à l'équipe son amitié et sa bonne humeur.

Je remercie particulièrement Cécile Aubert qui, par son travail au sein de l'équipe, a contribué à renforcer l'intérêt de cette étude.

J'aimerais remercier José Moreau, Bernard Pelissou, Jean-Claude Ménard, et tous les techniciens qui ont participé à la réalisation du banc d'essais. Je remercie également Henri Camon, Monique Dilhan, Jacques Crestou et Christian Pisella qui ont contribué avec patience et minutie à la fabrication des échantillons de tests. Je n'oublie pas Jean-Luc Gauffier, Laurence Salomé, Cédric Lucas, Virginie Bataillé et Ioana Enake qui m'ont aidé précieusement lors de mes campagnes expérimentales.

Je remercie particulièrement Jean-Claude Lengrand et Sedat Tardu pour m'avoir fait l'honneur de rapporter sur ce travail, ainsi que le Président du jury Daniel Estève et tous les autres membres du jury.

Merci également à tout le personnel du département de Génie Mécanique et tous les étudiants qui m'ont fait connaître les joies de l'enseignement.

Je remercie enfin et très chaleureusement Nath, Javiertxu, Sophie, Hugues, Sandra, Silla, Gamin, Isa, Jean-Pierre, Robert, Zia, Faf, Jean-Marc, Raf et Mikéla avec qui j'ai passé des moments inoubliables dans cette belle ville de Toulouse.

Merci à ceux que j'ai oublié...

Présentation du mémoire

Le travail présenté dans ce mémoire est essentiellement axé sur l'analyse expérimentale d'écoulements gazeux dans les microsystèmes et plus particulièrement dans des microconduites de géométries simples.

Le premier chapitre se présente comme un chapitre d'introduction et d'analyse bibliographique. Différents types de microsystèmes à fluides gazeux y sont présentés. La problématique offerte par les écoulements gazeux dans les microconduites est posée, autant sur le plan de la modélisation qu'au niveau de la mesure des très faibles débits.

Dans le deuxième chapitre, on décrit le banc d'essais spécifique à la mesure de microdébits gazeux que nous avons conçu et réalisé. Les différentes mesures effectuées sur ce banc sont explicitées et les difficultés de mesures sont détaillées.

Le troisième chapitre expose les résultats expérimentaux relatifs à des écoulements d'air, d'azote ou d'hélium dans des microconduites de sections circulaires et rectangulaires. Des modèles spécifiques aux écoulements en régime glissant (slip-flow) sont comparés aux valeurs expérimentales. La validité de ces différents modèles est discutée en fonction du niveau de raréfaction des écoulements.

La conclusion générale reprend les points essentiels traités dans ce mémoire et propose des perspectives visant à compléter l'étude expérimentale et la modélisation.

Sommaire

Présentation du mémoire

Chapitre 1- ECOULEMENTS GAZEUX EN MICROSYSTEMES

- 1. 1. Quelques microsystemes à fluides gazeux** p.2
- 1. 2. Une modélisation spécifique aux écoulements gazeux dans les microdispositifs** p.12
 - 1. 2. 1. Modèle d'écoulement glissant
 - 1. 2. 1. 1. Equations générales*
 - 1. 2. 1. 2. Conditions aux limites*
 - 1. 2. 1. 3. Application des conditions aux limites aux modèles 2D et 3D*
 - 1. 2. 1. 4. Etudes expérimentales*
- 1. 3. Techniques de mesures de faibles débits gazeux** p.30
 - 1. 3. 1. Mesure de débit par écoulement dans une conductance étalon.
 - 1. 3. 2. Système à pression constante / volume variable
 - 1. 3. 3. Mesure de débit par méthode à volume constant / pression variable
 - 1. 3. 3. 1. Système à simple réservoir*
 - 1. 3. 3. 2. Système à double réservoir*
 - 1. 3. 4. Débitmètres à échanges thermiques
 - 1. 3. 4. 1. Débitmètres massiques*
 - 1. 3. 4. 2. Microdébitmètres*
 - 1. 3. 5. Mesure de débit par déplacement d'une goutte liquide dans une pipette étalon.
 - 1. 3. 6. Comparaison des différentes techniques

Chapitre 2- BANC D'ESSAIS DE MICROECOULEMENTS GAZEUX

- 2. 1. Description du banc d'essais** p.43
 - 2. 1. 1. Description générale
- 2. 2. Mesures de pression et incertitudes** p.47
- 2. 3. Mesures de température** p.48
- 2. 4. Mesures de débits volumiques** p.50
 - 2. 4. 1. Description d'une rampe de capteurs opto-électroniques
 - 2. 4. 2. Acquisition numérique des signaux

2. 4. 3. Traitements numériques - Mesure de débits	
2. 4. 4. Etalonnages	
2. 4. 5. Incertitudes de mesures	
2. 4. 6. Exemple de mesures	
2. 5. Calcul de débits massiques	p.59
2. 5. 1. Influence de l'humidité du gaz sur le débit massique	
2. 5. 2. Incertitudes sur le débit massique	
2. 6. Premiers essais, mise en évidence des difficultés de mesure	p.66
2. 7. Caractérisation de « débits parasites » : fuites et phénomènes transitoires	p.71
2. 7. 1. Etanchéité des lignes de mesures	
2. 7. 1. 1. <i>Etanchéité à l'air ou l'azote</i>	
2. 7. 1. 2. <i>Etanchéité à l'hélium</i>	
2. 7. 1. 3. <i>Ligne B</i>	
2. 7. 2. Influence des résidus gazeux	

Chapitre 3- ETUDES EXPERIMENTALES

3. 1. Présentation des échantillons testés	p.81
3. 1. 1. Microconduites de section rectangulaire	
3. 1. 1. 1. <i>Profondeur et rugosité</i>	
3. 1. 1. 2. <i>Largeur et longueur</i>	
3. 1. 1. 3. <i>Caractéristiques des microconduites de section rectangulaire</i>	
3. 1. 1. 4. <i>Raccordement des plaquettes au banc d'essai</i>	
3. 1. 2. Microconduites de section circulaire	
3. 1. 2. 1. <i>Mesure des diamètres intérieurs</i>	
3. 1. 2. 2. <i>Caractéristiques des microconduites de section circulaire</i>	
3. 2. Essais avec des microconduites de sections circulaires	p.92
3. 3. Essais avec des microconduites de sections rectangulaires	p.96
3. 3. 1. Intérêt d'un modèle rectangulaire	
3. 3. 2. Echantillon T1PL, écoulements faiblement raréfiés	
3. 3. 3. Echantillon T2PL, régimes faiblement raréfiés à régime de transition	
3. 3. 3. 1. <i>Ecoulements d'azote</i>	
3. 3. 3. 2. <i>Ecoulements d'hélium</i>	
3. 3. 3. 3. <i>Synthèse, influence de la raréfaction</i>	
3. 3. 4. Echantillon T3, régimes faiblement raréfiés à régime de transition	
3. 3. 4. 1. <i>Ecoulements d'azote</i>	
3. 3. 4. 2. <i>Ecoulements d'hélium</i>	
3. 3. 4. 3. <i>Synthèse, influence de la raréfaction*</i>	

3. 3. 5. Echantillon T4, régime glissant à régime de transition

3. 3. 5. 1. *Ecoulements d'azote*

3. 3. 5. 2. *Ecoulements d'hélium*

3. 3. 5. 3. *Influence de la raréfaction*

3. 3. 6. Synthèse des résultats expérimentaux

3. 3. 6. 1. *Influence du rapport de forme*

3. 3. 6. 2. *Limites du modèle de type Navier-Stokes*

3. 3. 7. Conclusion

Conclusion générale

p.127

Annexes

Bibliographie

Chapitre 1

ÉCOULEMENTS GAZEUX EN MICROSYSTEMES

Les nouvelles techniques de micro-usinage développées en micro-électronique ont permis d'imaginer et concevoir des microsystèmes répondant aux besoins de miniaturisation de dispositifs relatifs à d'autres secteurs d'activités (aéronautique, automobile, médical, environnement...). Une raison évidente du besoin de miniaturisation est de réduire les encombrements. Les systèmes miniaturisés sont en effet susceptibles d'être introduits dans des endroits difficiles d'accès, de procéder à des mesures peu intrusives. Le champ d'application des microsystèmes est large, d'autant plus que leur conception fait appel à de nombreux domaines connexes comme la mécanique, l'optique, l'électronique ou la *microfluidique*¹. Les microsystèmes issus de ces disciplines sont dénommés sous le terme générique MEMS (Micro-Electro-Mechanical-Systems).

Les microsystèmes peuvent être des outils de mesures (micro-capteurs), de contrôle et de décision (commandes électroniques d'asservissement), de génération de puissance (micro-actionneurs). Les microsystèmes à fluides comprennent tous les types de dispositifs qui permettent de détecter, de contrôler ou d'agir sur des fluides. Leur apparition est récente (fin des années 80). Les applications des microsystèmes à fluides sont nombreuses (exemples d'applications dans Shoji et Esashi (1994), Mas-Blanquet (1998)). L'aéronautique s'intéresse notamment au développement de capteurs de pressions, d'actionneurs situés sur les voilures pour modifier les écoulements de couches limites et proposer une alternative aux lourds organes hydrauliques conventionnels². Le secteur automobile développe par exemple des micro-injecteurs haute-pression pour les chambres de combustion, des microcapteurs pour la détection de baisses de pression dans les pneumatiques. Les imprimantes grand-public sont constituées pour la plupart de micro-buses à jets d'encre. Les secteurs de la biologie, de la chimie, de l'environnement ou encore de l'agro-alimentaire développent des procédés de dosage, de concentration, de diffusion, ou de mélange de fluides spécifiques.

Les besoins en termes de microsystèmes à fluides sont nombreux et beaucoup de laboratoires se sont lancés dans l'aventure pour en effectuer la conception, la réalisation et l'optimisation. Les équipes pionnières sont principalement situées aux Etats-Unis, au Japon et en Europe du Nord (Allemagne, Pays-Bas, Suisse, Suède, France). La France a notamment été impliquée dans plusieurs projets Européens tels que le projet NEXUS débuté en 1992 (Network of Excellence on Multifunctional Microsystems) ou le projet BARMINT en 1993 (Basic Research of Microsystem Integration). Un groupe de travail s'est constitué en 1999

¹ Discipline associée aux écoulements de fluides dans les structures de faibles dimensions.

² Pierre PERRIER, revue *Industries et Techniques*, octobre 2000.

sous l'égide de la SHF³ dans le but de rassembler les laboratoires et industriels français concernés ou intéressés par la microfluidique.

Notre laboratoire : le LGMT⁴ (équipe MECAF), s'est notamment inséré par l'intermédiaire du LAAS⁵ dans le projet français MICROMED II⁶, inclus dans le programme « Microsystèmes » du CNRS⁷. Ce projet est destiné à réaliser un prototype de microsystème pour la détection et le traitement local (in vivo) de l'hypertension artérielle (Anduze et al. (1998)). Le LGMT a pris en charge depuis 1997 la caractérisation expérimentale et théorique des écoulements liquides et gazeux dans les différents éléments du microdispositif (microvalves, micropompe). Le banc d'essais présenté dans ce rapport a donc été en partie conçu dans le but de procéder à ces caractérisations. Son financement provient des crédits alloués pour le projet MICROMED II, ainsi que d'autres ressources du laboratoire (contrats, subventions).

Les écoulements gazeux dans les microsystèmes offrent également une problématique intéressante en termes de mécanique des fluides. Les écoulements gazeux dans les microconduites ont suscité de nombreuses études aussi bien expérimentales que théoriques et numériques. Les microconduites sont des éléments essentiels dans le transport des fluides et dans la connexion entre différents composants. Leur géométrie simple permet d'établir des modèles prédictifs, qui servent aussi à appréhender les écoulements dans des systèmes de géométries plus complexes.

Dans ce chapitre nous présenterons quelques exemples de microsystèmes à fluides gazeux, puis la problématique en terme de modélisation des écoulements en microconduites, enfin une revue non exhaustive des techniques de mesures de microdébits gazeux (principale difficulté du point de vue de la caractérisation expérimentale).

1. 1. QUELQUES MICROSYSTEMES A FLUIDES GAZEUX

Les principaux organes fluidiques macroscopiques de mesure, de contrôle et de puissance ont d'ores et déjà été « miniaturisés » (valves, pompes, amplificateurs, tubes de Pitot, capteurs de pression...). Les dispositifs miniatures ne sont cependant en aucun cas des

³ Société Hydrotechnique de France

⁴ Laboratoire de Génie Mécanique de Toulouse

⁵ Laboratoire d'Analyse et d'Architecture des Systèmes

⁶ Responsable : Daniel Estève

⁷ Centre National de Recherches Scientifiques

homothétiques de leurs équivalents macroscopiques. La conception d'un microsystème, principalement réalisé en silicium monocristallin, doit tenir compte de l'usinage particulier de ce matériau.

Les tailles globales des dispositifs peuvent être de l'ordre du centimètre ou du millimètre, et leurs dimensions internes de l'ordre du micron.

Ne sont présentés dans ce paragraphe que des microsystèmes ayant été conçus pour ou testés avec des gaz.

MICRO-VALVES

Ce sont avec les micropompes les dispositifs les plus rencontrés dans la littérature. Comme pour les valves macroscopiques, leur fonction est de permettre ou non un écoulement à travers un orifice. Il existe alors deux types de valves : actives ou passives. Les valves passives autorisent l'écoulement dans un sens lorsque la différence de pression de part et d'autre est suffisante (exemples figures 1.1-1 et 1.1-2). Ces valves assurent également la fonction de clapet anti-retour. Les valves actives possèdent un actionneur agissant sur l'élément obturateur de l'orifice. L'actionneur peut être pneumatique, thermo-pneumatique (Goll et al. (1996)), thermo-électrique, électrostatique (figure 1.1-3 : Ohnstein et al. (1990)), piézo-électrique (figure 1.1-4 : Esashi et al. (1996)), électro-magnétique, bimétallique.

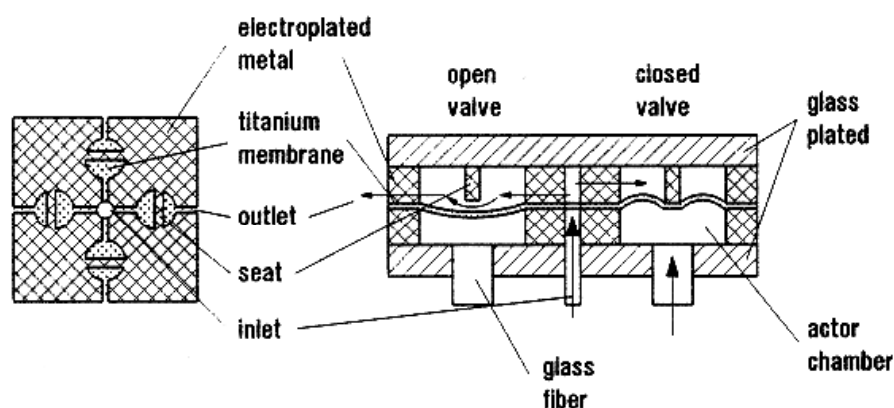


Figure 1.1-1 : schémas de valves passives à membrane en titanium (Schomburg et al. (1994)). A gauche, quatre valves sont connectées à une entrée commune. A droite, la coupe représente une valve ouverte et une valve fermée.

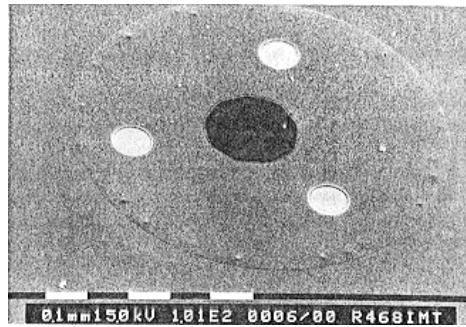


Figure 1.1-2 : valve passive à membranes en polyimide et titanium (Rapp et al. (1994)). On aperçoit la membrane en titanium par les trous de diamètres $100\ \mu\text{m}$ dans la membrane en polyimide, les deux membranes sont séparées.

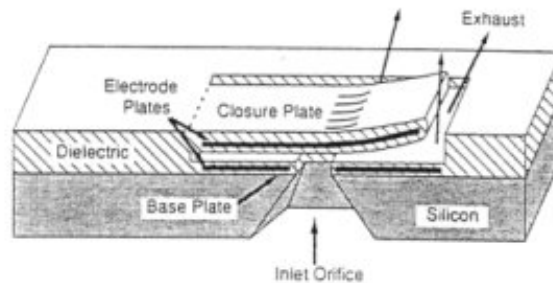


Figure 1.1-3 : schéma d'une valve active à actionneur électrostatique (Ohnstein et al. (1990)). L'application d'une tension entre les électrodes va permettre le rapprochement de la partie mobile avec son embase, réalisant ainsi l'obturation.

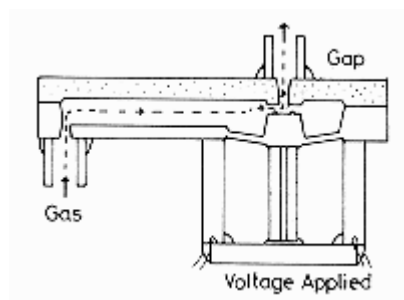
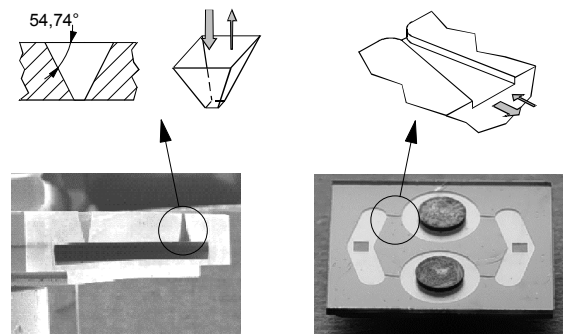


Figure 1.1-4 : schéma d'une valve active à actionneur piézo-électrique (Esashi et al. (1989)). L'orifice est bouché lorsqu'une tension est appliquée sur les éléments piézo-électriques.

On notera que seuls les actionneurs électrostatiques, thermo-pneumatiques, électromagnétiques et bimétalliques peuvent être actuellement réduits à l'échelle micrométrique. Les autres actionneurs sont de tailles importantes par rapport à la microvalve (Shoji et al. (1994)).

MICRO-DIODES

Les microdiodes jouent un rôle proche de celui des microvalves passives : elle favorisent un sens d'écoulement. La différence avec les microvalves est qu'elles ne comportent pas de parties mobiles, ce qui est à l'origine d'un écoulement dans les deux sens suivant la différence de pression appliquée. En fait, c'est leur géométrie particulière qui permet un plus fort débit dans un sens que dans l'autre pour une même différence de pression. Peu de microdiodes ont été testées avec des gaz. Gerlach et al. (1994) (figure 1.1-5) ou Stemme et Stemme (1993) ont cependant expérimenté des mini-diodes ou des microdiodes de type convergent / divergent avec des gaz. D'autres géométries ont été testées et modélisées en écoulement liquide comme la microdiode Tesla (Forster et al. (1995)) ou la microdiode Vortex (Anduze et al. (2001)).



*Figure 1.1-5 : microdiodes de type convergent / divergent
(Gerlach et al. (1994))*

MICRO-POMPES

Un grand nombre de micropompes ont été réalisées dans le but de véhiculer des liquides. Leurs applications sont nombreuses, notamment pour délivrer d'infimes quantités de produits chimiques ou biologiques, pour réaliser des dosages ou encore pour les imprimantes à jets d'encre. La plupart des micropompes sont de type volumétrique. A l'exception de quelques micropompes à engrenages (Döepper et al. (1997)), les autres dispositifs de type volumétrique utilisent un principe unique, la variation de volume couplée à des valves d'écoulement préférentiel (figure 1.1-6).

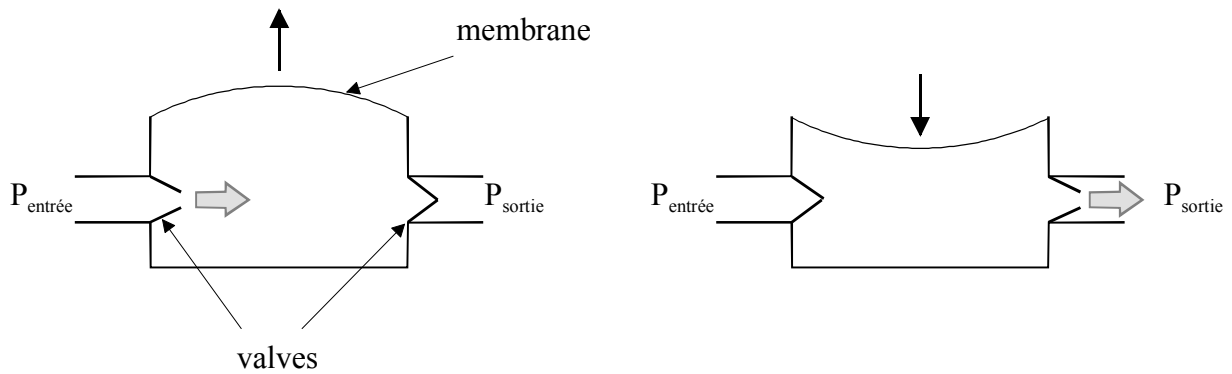


Figure 1.1-6 : *principe de fonctionnement de pompe volumétrique à membrane : a) la membrane crée une dépression dans la chambre suffisante pour ouvrir la première valve, la seconde ne peut s'ouvrir, le fluide s'introduit dans la chambre, b) la membrane crée une surpression qui ferme la première valve et ouvre la seconde, le fluide s'échappe vers la sortie.*

Ce fonctionnement est d'autant plus efficace que le fluide employé est un liquide, grâce à son caractère peu compressible. Pour une même déformation de la membrane et pour une charge donnée, un plus grand volume de liquide est pompé que pour un gaz. Cela se traduit par des rendements hydrodynamiques faibles lorsqu'un gaz est employé.

Cependant, la micropompe à gaz présente un réel intérêt. Il est important de pouvoir créer un débit gazeux, mettre un gaz sous pression ou encore générer du vide. On pourra retrouver de telles micropompes dans des micro-mélangeurs, des systèmes de génération de vide, ou bien des échangeurs de chaleur.

La déformation de la membrane est obtenue avec des actionneurs du même type que pour les microvalves. Les figures 1.1-7 à 1.1-9 montrent des schémas de micropompes utilisées pour véhiculer des gaz.

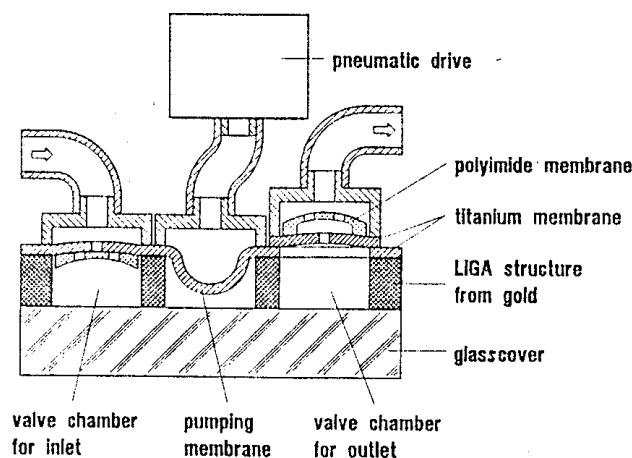


Figure 1.1-7 : *schéma d'une micropompe à actionneur pneumatique (Rapp et al. (1994))*

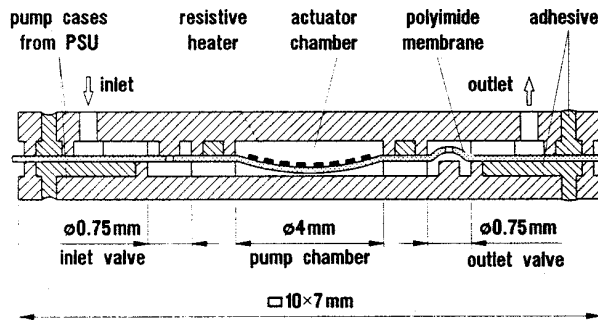


Figure 1.1-8 : schéma d'une micropompe à actionneur thermo-pneumatique (Schomburg et al. (1994))

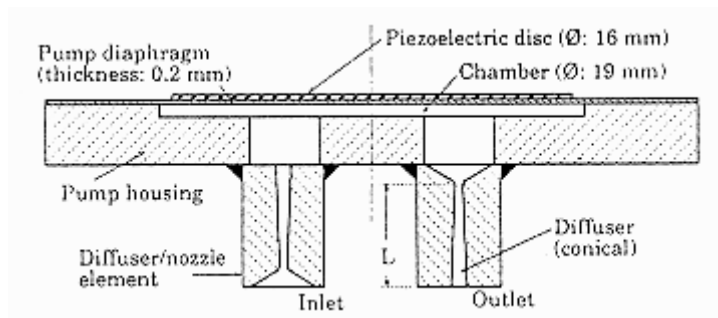


Figure 1.1-9 : schéma d'une mini-pompe à actionneur piézo-électrique (Stemme et Stemme (1993))

Une micropompe de type hydrodynamique⁸ a été présentée par Olsson et al. (1997). Ce type de pompe est à l'heure actuelle peu étudié.

Un autre type de micropompe, basé sur l'effet Knudsen⁹, présente un intérêt non négligeable puisque sa conception ne fait intervenir aucune partie mobile. Cette particularité permet de s'affranchir de problèmes mécaniques comme l'usure des pièces mobiles, la résistance des jonctions mécaniques ou encore les vibrations générées par un actionneur. Le principe de ce type de pompe a été vérifié expérimentalement par Pham-Van-Diep et al. (1995) ou Vargo et Muntz (1999) avec des chambres séparées de membranes poreuses. A notre connaissance, aucun prototype n'a encore été réalisé sur support silicium.

⁸ l'énergie du fluide provient de son accélération par effet centrifuge à l'aide d'un rotor.

⁹ ou effet de transpiration thermique : un écoulement peut être généré par un gradient de température le long d'une conduite, lorsque le régime est de transition ou moléculaire libre.

MICRO-AMPLIFICATEURS FLUIDIQUES

Comme son nom l'indique, un micro-amplificateur a pour fonction d'amplifier une pression et/ou un débit de commande. Il est particulièrement simple à usiner puisqu'il ne comporte pas de partie mobile.

Vollmer et al. (1994) ont fabriqué un micro-amplificateur bistable (figure 1.1-10) par procédé LIGA¹⁰. Il permet d'obtenir des gains de 3,3 entre la pression de sortie et la pression de contrôle. Le débit de contrôle, appliqué dans l'une ou l'autre entrée ("control port" sur le schéma), dévie le jet de gaz arrivant de l'orifice d'alimentation (où $p = 330$ hPa). Le jet va se coller à l'une des parois par effet Coanda et aller vers l'orifice de sortie correspondant. Les événements sont reliés à l'atmosphère et assurent la stabilité du dispositif lorsque les sorties sont en charge.

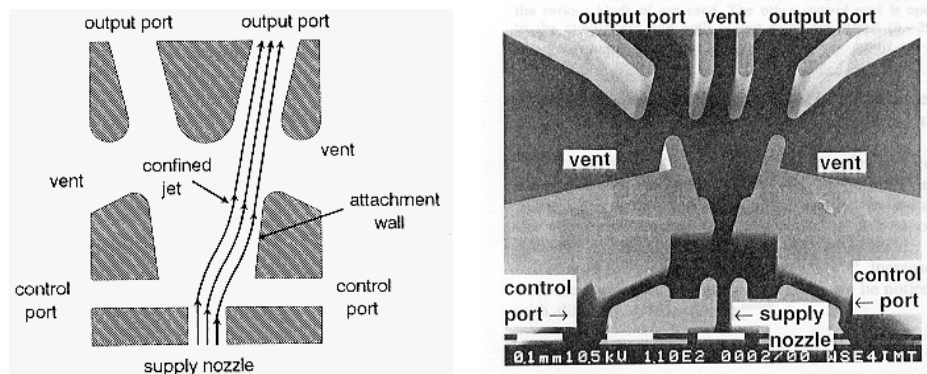


Figure 1.1-10 : micro-amplificateur fluide bistable à effet Coanda (Vollmer et al. (1994)).
A gauche, schéma de principe. A droite, vue au microscope à balayage.

MICRO-DEBITMETRES GAZEUX

La mesure de faibles débits gazeux fait l'objet du paragraphe 1. 3. où les techniques macroscopiques et microscopiques recensées dans la littérature sont détaillées. La figure 1.1-11 montre un exemple de micro-dispositif débitométrique basé sur la mesure de transferts de chaleur entre une résistance et des sondes de température à thermocouples.

¹⁰ Lithographie Galvanoformung Abformung.

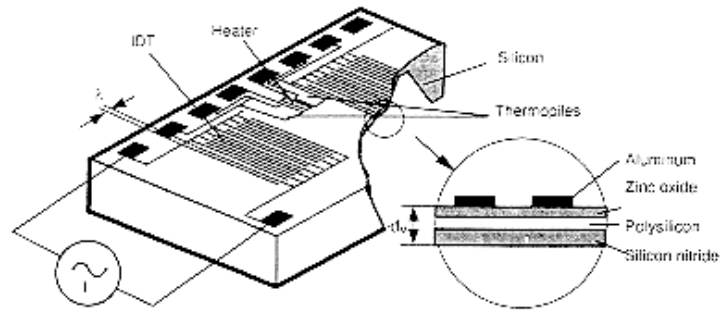


Figure 1.1-11 : *microdébitmètre à transferts de chaleur*
(N'Guyen et al. (1999))

On peut inclure dans cette partie les microdispositifs de mesure de vitesse de fluide, de type Prandtl / Pitot. Ils sont spécialement destinés aux écoulements externes, ou internes non confinés. Leur champ d'application est vaste, dans l'industrie de l'air conditionné par exemple, ou dans le contrôle des émissions de gaz dans l'automobile, etc...

Berberig et al. (1998) ont expérimenté un microcapteur de vitesse (figure 1.1-12) à électrodes capacitives. Au sein d'un écoulement, la différence entre pression totale et pression statique n'est pas directement mesurée, mais elle est déduite de la variation de capacité entre les électrodes, due à la déformation de la membrane.

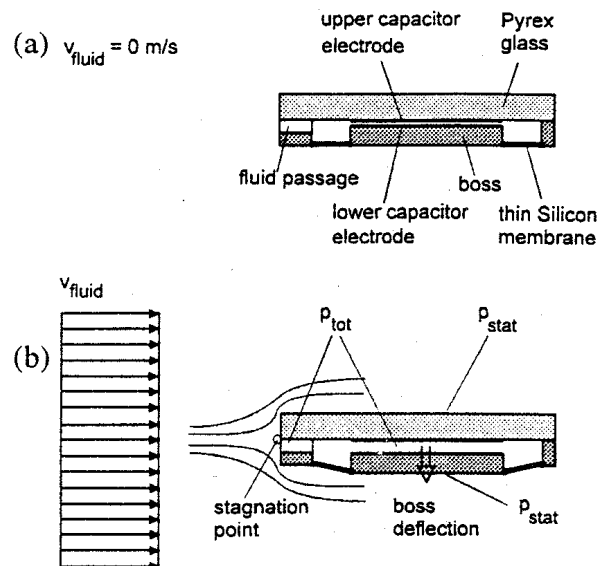


Figure 1.1-12 : *schéma d'un microcapteur de vitesse à électrodes capacitives* (Berberig et al. (1998))- a) *position de référence*, b) *déformation de la membrane soumise à la différence de pression totale (point d'arrêt) et statique (sous la membrane)*.

MICRO-CAPTEURS DE PRESSION

Il existe principalement trois sortes de capteurs de pressions micro-usinés ; les plus communs sont les capteurs piézorésistifs à jauges de déformation (exemple Fig. 1.1-13). Les jauges sont disposées en pont de Wheatstone sur une membrane réalisée par gravure humide au KOH. Le signal généré par le capteur est une tension directement proportionnelle à la pression appliquée.

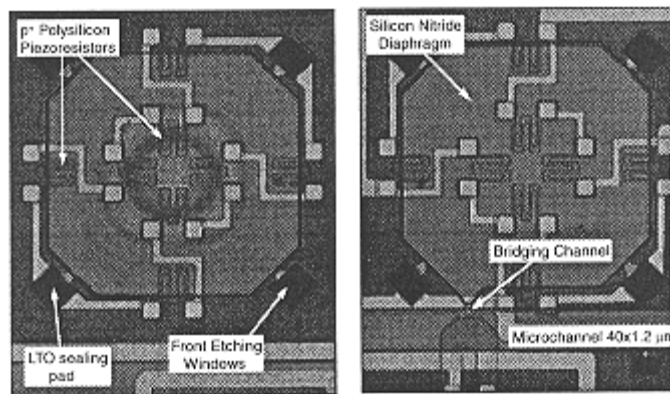


Figure 1.1-13 : capteurs de pression piézorésistifs

Un deuxième type de capteur est également rencontré, le capteur capacitif. La membrane sensible à la pression est l'une des électrodes d'une capacité ; lorsque la pression est appliquée, la membrane se rapproche de l'électrode opposée et la capacité varie. Le signal généré est non linéaire et donc plus difficile à traiter que pour les capteurs piézorésistifs, d'autant plus que les capacités sont très faibles (de l'ordre de 10^{-15} F). Cependant, leur taille étant plus petite (pas de plans inclinés dus à la gravure au KOH), on peut en fabriquer 6000 sur une plaque silicium de diamètre quatre pouces. Leur coût de production est également réduit.

Le troisième type de capteur de pression est le capteur résonant, de fabrication plus complexe. Il implique l'empilement de plusieurs plaques de silicium. Sa précision est toutefois meilleure que les deux autres types de capteurs : 0,1 % de la pleine échelle contre 1 % de la pleine échelle pour les premiers.

MICRO-DIFFUSEURS

Läritz et Pagel (2000) présentent un micro-diffuseur gaz/liquide intégré dans un microdispositif de culture cellulaire. Les phases gazeuses et liquides sont véhiculées à l'intérieur de microconduites de section rectangulaire, la phase gazeuse est introduite dans la phase liquide par l'intermédiaire d'une membrane poreuse de silicone (schéma de principe : figure 1.1-14).

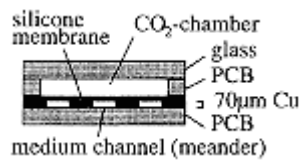


Figure 1.1-14 : schéma d'une coupe transversale du micro-diffuseur, Läritz and Pagel (2000)

Le développement des microsystèmes fluidiques tels que ceux présentés précédemment est un véritable challenge. Ces différents composants font le plus souvent partie de systèmes complexes intégrant d'autres composants de domaines connexes (électronique, mécanique, optique...). Chaque composant doit être pensé et optimisé en fonction du système global. Pour exemple, le micro-diffuseur présenté par Läritz fait partie du système de régulation de pH d'un milieu cellulaire (Fig. 1.1-15). L'ensemble est constitué de capteurs optiques, d'actionneurs mécaniques, de thermistances, d'interfaces capteurs/contrôleurs et contrôleurs/actionneurs, de réservoirs de fluides et de microconduites de transport.

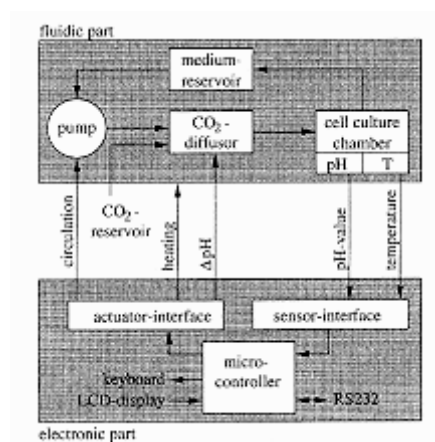


Figure 1.1-15 : Schéma de principe d'un microdispositif de culture cellulaire

1. 2. UNE MODELISATION SPECIFIQUE AUX ECOULEMENTS GAZEUX DANS LES MICRODISPOSITIFS

L'apparition des microdispositifs à fluides est relativement récente. Les progrès rapides des techniques de micro-usinage ont toutefois permis de fabriquer des ensembles microscopiques de plus en plus complexes. A l'heure actuelle, un effort particulier doit être porté sur la compréhension et la prévision du comportement des microsystèmes vis-à-vis des fluides. Les dimensions internes des microsystèmes sont de l'ordre de 10^{-6} m, les rapports surface-sur-volume sont par conséquent de l'ordre de 10^6 m⁻¹. Ce ratio est un million de fois supérieur à celui d'un système de dimensions caractéristiques de l'ordre de 1 m. Cette comparaison montre que les effets de surfaces jouent un rôle très important dans les transferts de masse, de quantité de mouvement ou d'énergie au sein d'un écoulement en microsystème. En ce qui concerne les écoulements gazeux, les hypothèses de fluides Newtoniens¹¹ et de Fourier¹² sont susceptibles d'être mises en défaut. Le modèle classique, utilisant les équations de Navier-Stokes avec des conditions aux limites d'adhérence¹³ à la paroi, peut alors devenir inapproprié.

Le problème concernant la modélisation dans les microsystèmes s'apparente au problème de la modélisation des gaz raréfiés, dans le sens où les dimensions internes des systèmes deviennent du même ordre de grandeur que les dimensions inter-moléculaires du fluide. Quelques modèles ont été établis dans le cas de gaz raréfiés depuis la fin du XIX^e siècle (Maxwell (1879), Smoluchowski (1898), Knudsen (1909), Kennard (1938), Chapman et Cowling (1952), Albertoni et al. (1963), Deissler (1964), Ebert et Sparrow (1965), Srekanth (1969)). Le taux de *raréfaction* peut être représenté par un nombre sans dimension appelé nombre de Knudsen (Kn) :

$$Kn = \frac{\lambda}{H} \quad (1.2- 1)$$

où λ est le libre parcours moyen des molécules¹⁴ et H une dimension caractéristique de l'écoulement. La raréfaction augmente donc lorsque les dimensions du système diminuent, ou lorsque le libre parcours moyen des molécules augmente. Celui-ci est fonction de la nature du

¹¹ Fluide *Newtonien* : relation linéaire entre contraintes visqueuses et vitesses de déformation.

¹² Fluide de *Fourier* : relation linéaire entre flux de chaleur et gradients de température.

¹³ La vitesse macroscopique du gaz à la paroi est égale à la vitesse de la paroi.

¹⁴ Distance moyenne que parcourt une molécule entre deux chocs

gaz et des conditions de pression et de température. Avec une hypothèse de chocs entre molécules de type sphère rigide,

$$\lambda = \frac{\mu}{\rho} \sqrt{\frac{\pi}{2rT}} \quad (1.2- 2)$$

où μ et r sont la viscosité et la constante spécifique du gaz, ρ et T sont la densité et la température.

Le nombre de Knudsen délimite plusieurs régimes d'écoulements (Fig.1.2-1) : le régime continu classique, le régime glissant (ou *slip-flow*), le régime de transition et le régime moléculaire libre. A ces différents régimes correspondent différents modèles capables de prédire les grandeurs physiques relatives à l'écoulement.

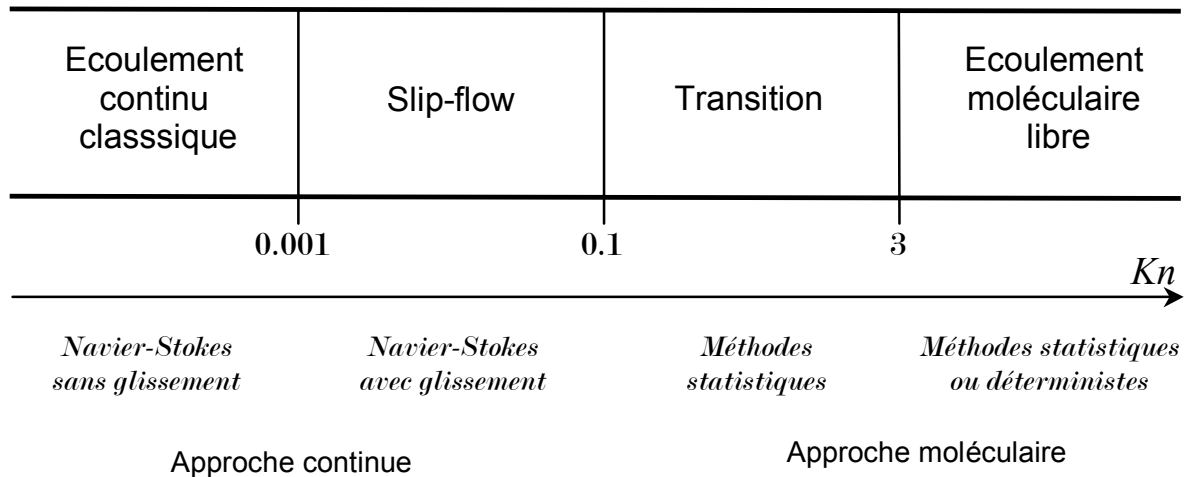


Figure 1.2- 1 : Classification des régimes d'écoulement en fonction du nombre de Knudsen

Il existe deux approches de modélisation, d'une part une approche continue consistant à décrire les variations des grandeurs physiques relatives à un volume élémentaire représentatif de la zone fluide au moyen d'équations différentielles (classiquement Navier-Stokes), et d'autre part l'approche moléculaire où l'on s'intéresse au mouvement de chaque molécule grâce à des méthodes statistiques ou déterministes. Les caractéristiques macroscopiques ou microscopiques des écoulements sont alors déterminantes pour l'utilisation de l'une ou l'autre approche. La première approche est utilisée pour modéliser les écoulements des deux premiers régimes avec les équations de Navier-Stokes accompagnées de conditions aux limites adéquates. Pour des nombres de Knudsen inférieurs à 0.001, la

condition limite aux parois est une condition d'adhérence ou de non-glissement (la vitesse macroscopique du gaz à la paroi est égale à la vitesse de la paroi). Pour des nombres de Knudsen compris entre 0.001 et 0.1, des conditions de glissement sont définies par des sauts de vitesse et de température des molécules par rapport à la paroi (Gad-el-Hak (1999)). Le régime de transition n'offre plus les conditions de continuité nécessaires à l'utilisation d'équations différentielles et la méthode statistique se présente comme l'outil le plus approprié (Piekos et Breuer (1996)). Enfin, le régime moléculaire libre peut être modélisé par des méthodes statistiques ou déterministes (Gad-el-Hak (1999)).

Ces différentes limites ont été déterminées empiriquement. Beskok et al. (1996) proposent de repousser la seconde limite de 0.1 à 0.6 et la troisième de 3 à 17. Leur proposition se base sur l'observation de la variation du débit massique dans un tube soumis à différents écoulements ($Kn = 0$ à 200). Ces limites sont cependant approximatives et dépendent essentiellement de la géométrie du système (Gad-el-Hak (1999)).

On peut rencontrer plusieurs régimes d'écoulement dans un même microsystème si les pressions appliquées à l'entrée et à la sortie de celui-ci sont très différentes. Le nombre de Knudsen peut ainsi varier le long d'une microconduite par exemple, et on peut rencontrer tous les régimes d'écoulement, du régime continu jusqu'au moléculaire libre. La modélisation d'un tel écoulement devient complexe, et la solution idéale serait de disposer d'un modèle universel pour tous les régimes d'écoulements. On peut penser qu'avec des moyens informatiques suffisamment puissants, on parviendrait à simuler le comportement de chaque particule pour n'importe quel écoulement de façon déterministe puisque les mécanismes d'interaction entre particules sont valables pour tous les régimes. Le problème de la méthode déterministe est que les temps de calculs sont proportionnels au carré du nombre de particules simulées. Les moyens informatiques les plus performants à ce jour ne permettent encore pas la réalisation d'études réalistes, et le coût de fonctionnement est très élevé. Les méthodes statistiques demandent certainement moins de capacités de calculs, mais leur utilisation au niveau du régime continu reste toujours très lourde, étant données les possibilités des moyens informatiques actuels. Une solution alternative serait d'étendre les domaines de validité des modèles établis d'après la mécanique des milieux continus, ce qui permettrait de décrire « virtuellement » les phénomènes physiques en régimes raréfiés et déterminer les grandeurs physiques apparentes en chaque point de l'espace. Ainsi plusieurs auteurs se sont notamment employé à modifier les conditions aux limites appliquées au système d'équations représentatives de l'écoulement (Chapman and Cowling (1952), Deissler (1964), Ebert and Sparrow (1965), Mitsuya (1993), Beskok et Karniadakis (1999), Xue et Fan (2000)). Seul

Beskok propose une expression utilisable pour tous les régimes. Cette approche est aujourd'hui encore un domaine d'investigations et de recherches.

Les écoulements à l'intérieur des microsystèmes, dans des conditions d'essais usuelles de température et de pression, sont cependant le plus souvent limités aux deux premiers régimes d'écoulement : le régime continu sans glissement et le régime de slip-flow. Pour exemple, le nombre de Knudsen au sein d'une conduite de hauteur $1\ \mu\text{m}$ en présence d'air à 20°C et à la pression atmosphérique est de 0,0653. Le régime correspondant est celui de slip-flow.

Nous nous intéresserons particulièrement à ce régime, ainsi qu'au régime de transition, pour lesquels peu de données expérimentales sont venues étayer les théories d'écoulements développées jusqu'à présent. La partie suivante présente la problématique liée aux écoulements en régime glissant, ou Slip-flow.

1. 2. 1. Modèle d'écoulement glissant

Ce modèle est dérivé du modèle classique de type continu. La différence fondamentale avec le modèle classique consiste en la prise en compte de conditions aux limites de sauts de vitesse et de température entre le gaz proche de la paroi et la paroi elle-même. Gad-el-Hak (1999) propose une explication physique à cette prise en compte. Pour un écoulement de type continu, les collisions entre molécules et entre les molécules et la paroi surviennent à des fréquences suffisamment élevées pour établir un « équilibre » mécanique et thermique entre le gaz et la paroi. Il y a alors continuité des grandeurs physiques de la paroi vers le gaz. Lorsque la raréfaction augmente, la fréquence des collisions devient moins grande et cet équilibre n'est plus assuré. Il faut alors considérer des sauts de température et de vitesse tangentielle à la paroi.

1. 2. 1. 1. *Equations générales*

Le fluide doit être considéré comme un fluide continu, dans la mesure les grandeurs physiques (densité, vitesses...) sont définies à partir d'éléments suffisamment grands devant les dimensions moléculaires, mais suffisamment petits devant les échelles des phénomènes macroscopiques, pour autoriser l'écriture et le calcul d'équations différentielles représentatives. Ainsi, on peut écrire en chaque point de l'espace à un instant t les équations de conservation de masse, de bilans de quantité de mouvement et d'énergie suivantes :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho u_k) = 0 \quad (1.2- 3)$$

$$\rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) = \frac{\partial \sigma_{ki}}{\partial x_k} + \rho g_i \quad (1.2- 4)$$

$$\rho \left(\frac{\partial e}{\partial t} + u_k \frac{\partial e}{\partial x_k} \right) = - \frac{\partial q_k}{\partial x_k} + \sigma_{ki} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \quad (1.2- 5)$$

où ρ est la masse volumique du fluide, u_k une composante du vecteur vitesse, σ_{ki} une composante du tenseur des contraintes, g_i une composante des forces de volume par unité de masse, e l'énergie interne et q_k la somme des composantes conductives et radiatives des vecteurs de flux de chaleur. Les variables indépendantes sont le temps t et les coordonnées spatiales x_i .

Ces équations sont générales et autorisent le plus souvent des simplifications. On pourra généralement négliger les forces de volumes agissant sur un gaz, ainsi que les gradients de vitesse transversaux à la conduite (lorsque les dimensions transversales sont négligeables devant les dimensions longitudinales). On peut alors définir l'hypothèse d'écoulement *localement pleinement développé* où l'on considère que la masse volumique et la pression sont uniformes dans une section transversale. Dans ce cas, l'écoulement peut être considéré comme localement incompressible si les variations de masse volumique $\Delta\rho$ sont très faibles au voisinage d'une section, soit

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} \ll 1. \quad (1.2- 6)$$

Cette condition peut être exprimée d'une autre manière, grâce à une analyse adimensionnelle des équations de Navier-Stokes où

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} \sim \frac{Ma^2}{Re}, \quad (1.2- 7)$$

en notant Ma le nombre de Mach et Re le nombre de Reynolds. Ces nombres sont définis par :

$$Re = \frac{UL_c}{\nu}, \quad (1.2- 8)$$

où U et L_c sont la vitesse et une dimension caractéristique de l'écoulement, et ν la viscosité cinématique du fluide ; et

$$Ma = \frac{U}{c}, \quad (1.2- 9)$$

c étant la vitesse du son dans le fluide.

L'hypothèse d'écoulement localement incompressible s'écrit alors :

$$\frac{Ma^2}{Re} \ll 1. \quad (1.2- 10)$$

La masse volumique du fluide est fonction de variables thermodynamiques :

$$\rho = \rho(p, T) \quad (1.2- 11)$$

où p est la pression totale et T la température. La variation de masse volumique du fluide s'exprime par :

$$\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} = \alpha \frac{Dp}{Dt} - \beta \frac{DT}{Dt} \quad (1.2- 12)$$

où $\frac{D}{Dt}$ est la dérivée Lagrangienne¹⁵ et α ¹⁶ et β ¹⁷ sont respectivement les coefficients de

compressibilité isotherme et isobare. Si le gaz est supposé parfait, $\alpha = \frac{1}{p}$ et $\beta = \frac{1}{T}$, et la

masse volumique se déduit de la relation des gaz parfaits :

¹⁵ Dérivée Lagrangienne : $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u_k \frac{\partial}{\partial x_k}$

¹⁶ Coefficient de compressibilité isotherme : $\alpha \equiv \frac{1}{\rho} \left. \frac{\partial \rho}{\partial p} \right|_T$

¹⁷ Coefficient de compressibilité isobare : $\beta \equiv - \frac{1}{\rho} \left. \frac{\partial \rho}{\partial T} \right|_p$

$$\rho = \frac{p}{rT} \quad (1.2- 13)$$

où r est la constante spécifique du gaz.

1. 2. 1. 2. Conditions aux limites

Dans la théorie classique ($Kn=0$), il y a continuité des grandeurs physiques à la surface pariétale. La vitesse du gaz y est donc supposée nulle relativement à la vitesse de la paroi, et la température du gaz est celle de la paroi. Ces hypothèses sont valables dans le cas où il y a suffisamment de collisions entre le gaz et la paroi pour assurer l'équilibre thermodynamique entre les deux milieux sur une distance équivalente à quelques libres parcours moyens des molécules de gaz. Cette condition est peu à peu mise en défaut avec la raréfaction. Pour de faibles taux de raréfaction ($Kn < 0,1$), les molécules sont encore assez nombreuses pour définir un milieu continu en termes mathématiques, mais le modèle autorise une discontinuité entre la vitesse et la température du gaz et celles de la paroi. Ces discontinuités vont dans le sens d'une réduction de la contrainte tangentielle à la paroi, donc d'une diminution des forces s'opposant au déplacement du fluide. Cela se traduit par une augmentation du débit massique habituellement prédit par la théorie classique.

Plusieurs formulations des conditions aux limites ont été écrites. La première formulation du saut de vitesse à la paroi a été établie par Maxwell (équation 1.2- 14), déterminée à l'aide de la théorie cinétique des gaz, pour des gaz monoatomiques, considérés comme un ensemble de sphères rigides, avec des caractéristiques de collisions intermoléculaires et molécules-parois identiques :

$$u_g - u_p = \frac{2 - \sigma_v}{\sigma_v} \lambda \left. \frac{\partial u_g}{\partial y} \right|_p \quad (1.2- 14)$$

où u_g et u_p sont les vitesses du gaz et de la paroi, σ_v un coefficient représentatif du type de réflexion des molécules sur la paroi, λ le libre parcours moyen et y la direction normale¹⁸ à la paroi. Le coefficient σ_v est appelé coefficient de réflexion ou coefficient d'accommodation.

¹⁸ L'équation (1.2-14) est écrite pour le cas où la normale à la paroi est orientée dans le sens y positif. Dans le cas inverse, il faut ajouter un signe négatif au membre de droite.

Le coefficient de réflexion est défini comme la fraction des molécules qui acquièrent en moyenne une vitesse tangentielle égale à la vitesse de la paroi après collision. Les autres molécules conservent en moyenne leur vitesse tangentielle. Ainsi :

$$\sigma_v = \frac{u_r - u_i}{u_p - u_i} \quad (1.2- 15)$$

u_i et u_r étant les vitesses des molécules incidentes et réfléchies à la paroi. Ce coefficient dépend de la nature du gaz utilisé, du matériau constituant la paroi, ainsi que de son état de surface. Des expériences de Srekanth (1969) tendent également à montrer une influence de la raréfaction (du nombre de Knudsen) sur le coefficient de réflexion. Une surface parfaitement lisse¹⁹ va permettre une réflexion de type spéculaire, c'est-à-dire que toutes les molécules repartent avec leur vitesse tangentielle incidente. Le coefficient σ_v d'une réflexion spéculaire est 0. A l'opposé, une surface très rugueuse²⁰ va engendrer une réflexion de type diffus pour laquelle la vitesse tangentielle moyenne des molécules réfléchies est égale à la vitesse tangentielle de la paroi. La valeur de σ_v pour une réflexion parfaitement diffuse est alors de 1. En réalité, les réflexions ne sont jamais parfaitement spéculaires ou diffuses et le coefficient σ_v se situe entre 0 et 1, mais sa valeur semble le plus souvent proche de l'unité (Arkilic et al. (1994), Shih et al. (1996), Liu et al. (1995)...).

L'existence de gradients de température le long de la conduite peut engendrer un débit sans l'existence d'un gradient de pression longitudinal²¹. Ce phénomène est appelé *Thermal Creep* (ou *transpiration*). Il est traduit par un second membre dans l'équation (1.2- 14). Le saut de vitesse s'écrit alors :

$$u_g - u_p = \frac{2 - \sigma_v}{\sigma_v} \lambda \left. \frac{\partial u_g}{\partial y} \right|_p + \frac{3}{4} \frac{\mu}{\rho T_g} \left. \frac{\partial T_g}{\partial x} \right|_p \quad (1.2- 16)$$

où μ est la viscosité dynamique du fluide, T_g sa température, et x la direction longitudinale.

Cette équation s'écrit encore sous forme adimensionnelle :

$$u_g^* - u_p^* = \frac{2 - \sigma_v}{\sigma_v} Kn \left. \frac{\partial u_g^*}{\partial y^*} \right|_p + \frac{3}{2\pi} \frac{(\gamma - 1)}{\gamma} \frac{Kn^2 Re}{Ec} \left. \frac{\partial T_g^*}{\partial x^*} \right|_p \quad (1.2- 17)$$

¹⁹ dont les dimensions des rugosités sont très inférieures aux dimensions des molécules.

²⁰ dont les dimensions des rugosités sont très supérieures aux dimensions des molécules.

²¹ Le débit observé parcourt la conduite dans le sens des températures les plus froides vers les plus chaudes.

où γ est le rapport des chaleurs spécifiques à volume constant et à pression constante du fluide, et Ec le nombre d'Eckert. Celui-ci est proportionnel au carré du nombre de Mach :

$$Ec = (\gamma - 1) \frac{T_0}{\Delta T} Ma^2 \quad (1.2- 18)$$

où T_0 est une température de référence et $\Delta T = T_g - T_0$. L'équation (1.2- 17) montre que l'effet de Thermal Creep est d'autant plus important que la raréfaction est poussée.

Le saut de température à la paroi a été formulé par Smoluchowski en 1898, grâce à un raisonnement similaire à celui de Maxwell sur le saut de vitesse. Pour un gaz parfait :

$$T_g - T_p = \frac{2 - \sigma_T}{\sigma_T} \frac{2\gamma}{\gamma + 1} \frac{\lambda}{Pr} \left. \frac{\partial T_g}{\partial y} \right|_p \quad (1.2- 19)$$

où Pr est le nombre de Prandtl. Le coefficient σ_T est appelé coefficient d'accommodation thermique, il représente la capacité du gaz à échanger plus ou moins d'énergie avec la paroi. Sa valeur est comprise entre 0 et 1. La valeur 1 correspond au cas où les molécules sont réfléchies en acquérant une énergie totale moyenne égale à l'énergie d'un gaz à la température de la paroi T_p ; la valeur 0 correspond au cas où il n'y a pas d'échange de chaleur avec la paroi. L'écriture adimensionnelle de l'équation (1.2- 20) donne :

$$T_g^* - T_p^* = \frac{2 - \sigma_T}{\sigma_T} \frac{2\gamma}{\gamma + 1} \frac{Kn}{Pr} \left. \frac{\partial T_g^*}{\partial y^*} \right|_p \quad (1.2- 20)$$

Les conditions aux limites de Maxwell et Smoluchowski ont été utilisées dans quelques études expérimentales, dans le but de déterminer les coefficients d'accommodation spécifiques à différents couples gaz-parois. Quelques résultats seront présentés dans le paragraphe 1.2.1.3. Les différents auteurs se sont placés dans des conditions de slip-flow et ont identifié des coefficients de réflexion autour de 1, pour des écoulements d'azote, d'argon ou d'hélium dans des conduites en métal, silice ou silicium.

Les conditions aux limites décrites précédemment sont spécifiques aux écoulements faiblement raréfiés ($Kn < 0,1$). Srekanth (1969) a montré que cette écriture n'était plus valable pour des nombres de Knudsen supérieurs à 0,13, en comparant des valeurs théoriques avec des résultats expérimentaux d'écoulements à faibles pressions dans des tubes de diamètres de l'ordre du centimètre. Piekos and Breuer (1996) ont comparé la théorie

d'écoulement glissant développée²² par Arkilic et al. (1994) utilisant les conditions aux limites écrites précédemment, avec une simulation DSMC²³ d'écoulement plan dans une conduite de profondeur 0,11 μm . Les nombres de Knudsen d'entrée et de sortie de la micro-conduite étaient de 0,1 et 0,44. La divergence entre la théorie et les simulations sont apparues pour des nombres de Knudsen supérieurs à 0,15.

Au-delà de ces valeurs (0,1 \sim 0,15), on entre dans le régime d'écoulement de transition. Au-delà du fait que l'hypothèse de milieu continu devient discutable, le calcul des sauts de vitesse et de température donnant les équations (1.2- 16) et (1.2- 20) devient trop approximatif. Ce calcul se base sur un développement en série de Taylor au premier ordre de la vitesse ou de l'énergie autour de la paroi, avec une fonction de développement f :

$$f = f^{(0)} + Kn \cdot f^{(1)} + O[Kn]. \quad (1.2- 21)$$

où $f^{(n)}$ est la dérivée n^e et $O[Kn]$ la précision. Les sauts de vitesse et de température sont alors considérés comme des perturbations de l'état d'équilibre où la vitesse relative à la paroi est nulle et où la température du gaz est égale à celle de la paroi. Il implique par ailleurs que sur une distance de quelques libres parcours moyens depuis la paroi, les gradients de vitesse et de température normaux à celle-ci sont constants, les profils de vitesse ou de température étant alors linéaires. Or, avec la raréfaction, les profils peuvent devenir non-linéaires sur une distance d'un libre parcours moyen Deissler (1964), il est alors nécessaire de modifier l'expression du développement de la fonction f .

Différentes solutions ont été proposées dans la littérature visant à modifier l'expression des conditions aux limites définies par Maxwell et Smoluchowski. Chapman and Cowling (1952), Deissler (1964), Cercignani (1963), Mitsuya (1993) ont établi des conditions aux limites développées au second ordre. Beskok and Karniadakis (1999) ont introduit des coefficients de développement des conditions aux limites à des ordres supérieurs, pour tous régimes d'écoulement du milieu continu au moléculaire libre. Jie et al. (2000) ont introduit un terme supplémentaire à la vitesse de glissement. Enfin, Xue and Fan (2000) ont modifié l'expression de la fonction de développement f pour repousser la limite de validité du modèle de premier ordre (Arkilic et al. (1997)) vers le régime de transition. Le tableau 1.2- 1 résume les formulations des conditions aux limites écrites par ces différents auteurs.

²² La résolution des équations différentielle est effectuée au moyen d'une méthode de perturbations.

²³ Direct Simulation Monte-Carlo, méthode statistique.

Auteurs	Conditions aux limites	Ordre
Maxwell (1879)	$u_g^* - u_p^* = \frac{2 - \sigma_v}{\sigma_v} Kn \frac{\partial u_g^*}{\partial y^*} \Big _p$	1
Smoluchowski (1898)	$T_g^* - T_p^* = \frac{2 - \sigma_T}{\sigma_T} \frac{2\gamma}{\gamma + 1} \frac{Kn}{Pr} \frac{\partial T_g^*}{\partial y^*} \Big _p$	1
Xue et Fan (2000)	$u_g^* - u_p^* = \frac{2 - \sigma_v}{\sigma_v} \tanh(Kn) \frac{\partial u_g^*}{\partial y^*} \Big _p$	1
Jie, et al. (2000)	$u_g^* - u_p^* = \frac{2 - \sigma_v}{\sigma_v} \left[Kn \frac{\partial u_g^*}{\partial y^*} \Big _p + \frac{Kn}{2} \left(Re \frac{\partial p^*}{\partial x^*} \right) \Big _p \right]$	1
Beskok et Karniadakis (1999)	$u_g^* - u_p^* = \frac{2 - \sigma_v}{\sigma_v} \frac{Kn}{1 - b Kn} \frac{\partial u_g^*}{\partial y^*} \Big _p$	1-inf
Chapman et Cowling (1952)	$u_g^* - u_p^* = \frac{2 - \sigma_v}{\sigma_v} \kappa_0 Kn \frac{\partial u_g^*}{\partial y^*} \Big _p - \frac{2 - \sigma_v}{\sigma_v} \frac{\kappa_0^2 Kn^2}{2} \frac{\partial^2 u_g^*}{\partial y^{*2}} \Big _p$	2
Deissler (1964)	$u_g^* - u_p^* = \frac{2 - \sigma_v}{\sigma_v} Kn \frac{\partial u_g^*}{\partial y^*} \Big _p + \frac{9}{4} \frac{Kn^2}{2} \frac{\partial^2 u_g^*}{\partial y^{*2}} \Big _p$	2
Mitsuya (1993)	$u_g^* - u_p^* = \frac{2 - \sigma_v}{\sigma_v} Kn \frac{\partial u_g^*}{\partial y^*} \Big _p + \frac{4}{9} \frac{Kn^2}{2} \frac{\partial^2 u_g^*}{\partial y^{*2}} \Big _p$	2

Tableau 1.2- 1 : Conditions aux limites adimensionnelles utilisées dans la littérature.

Le modèle proposé par Xue and Fan (2000) est composé des équations de Navier-Stokes et des conditions aux limites développées au premier ordre à l'aide de la fonction f :

$$f = f^{(0)} + \tanh(Kn) \cdot f^{(1)} + O[\tanh(Kn)] \quad (1.2- 22)$$

où $f^{(n)}$ est la dérivée n^e et $O[\tanh(Kn)]$ la précision. L'avantage d'un tel développement réside dans le fait que pour des nombres de Knudsen croissants, $\tanh(Kn)$ reste limité par une asymptote, et la vitesse de glissement garde une valeur finie, contrairement au développement en Kn (équation 1.2- 22). Un autre avantage est que pour de faibles taux de raréfaction, Kn et $\tanh(Kn)$ sont pratiquement égaux, les deux développements sont alors équivalents. La vitesse de glissement adimensionnée est alors :

$$u_g^* - u_p^* = \frac{2 - \sigma_v}{\sigma_v} \tanh(Kn) \left. \frac{\partial u_g^*}{\partial y^*} \right|_p. \quad (1.2- 23)$$

Ce modèle a été utilisé pour simuler un écoulement 2D dans une conduite de 1,12 μm de profondeur et 30 μm de longueur. Les auteurs ont comparé des profils de vitesse et de pression avec une simulation statistique de type DSMC et avec un calcul similaire proposé par Arkilic et al. (1997) utilisant la fonction de développement en Kn (équation 1.2- 22). Les trois méthodes donnent des résultats très proches lorsque le nombre de Knudsen est inférieur à 0,1. Lorsque la raréfaction augmente ($Kn=1,41$), la méthode « tanh » suit correctement les profils de vitesse et pression dessinés par la DSMC, tandis que l'autre méthode analytique dévie de façon significative (jusqu'à 17%). Enfin, pour des raréfactions plus poussées ($Kn=3,44$), la méthode « tanh » reste toujours valable en comparaison avec la DSMC. Les profils de contraintes de cisaillement présentent cependant des écarts avec la DSMC, avec un écart moindre pour la méthode « tanh ».

Le développement au premier ordre proposé par Xue et Fan permet a priori d'étendre la prédiction de l'écoulement vers le régime de transition avec une bonne précision. Le modèle n'a cependant pas été confronté à des modèles d'ordres supérieurs ou à des résultats expérimentaux.

Les modèles proposés par Chapman and Cowling (1952), Deissler (1964) et Mitsuya (1993) comportent des expressions²⁴ de sauts de vitesse à la paroi développés à l'ordre 2, respectivement :

$$u_g - u_p = \frac{2 - \sigma_v}{\sigma_v} \kappa_0 \lambda \left. \frac{\partial u_g}{\partial y} \right|_p - \frac{2 - \sigma_v}{\sigma_v} \frac{\kappa_0^2 \lambda^2}{2} \left. \frac{\partial^2 u_g}{\partial y^2} \right|_p \quad (1.2- 24)$$

$$u_g - u_p = \frac{2 - \sigma_v}{\sigma_v} \lambda \left. \frac{\partial u_g}{\partial y} \right|_p + \frac{9}{4} \frac{\lambda^2}{2} \left. \frac{\partial^2 u_g}{\partial y^2} \right|_p \quad (1.2- 25)$$

$$u_g - u_p = \frac{2 - \sigma_v}{\sigma_v} \lambda \left. \frac{\partial u_g}{\partial y} \right|_p + \frac{4}{9} \frac{\lambda^2}{2} \left. \frac{\partial^2 u_g}{\partial y^2} \right|_p \quad (1.2- 26)$$

où κ_0 est un coefficient proche de l'unité. En comparaison avec un modèle de premier ordre, l'expression de Chapman et Cowling conduit à diminuer le débit, tandis que celles de Deissler et de Mitsuya conduisent à l'augmenter.

Beskok and Karniadakis (1999) introduisent une condition aux limites permettant d'éviter certaines difficultés liées à la résolution numérique des équations différentielles d'ordre 2. Le saut de vitesse contient un coefficient b , qui doit être calé expérimentalement ou à l'aide de méthode statistiques :

$$u_g^* - u_p^* = \frac{2 - \sigma_v}{\sigma_v} \frac{Kn}{1 - b Kn} \left. \frac{\partial u_g^*}{\partial y^*} \right|_p \quad (1.2- 27)$$

Le choix d'un coefficient b égal à 0 correspond à une condition aux limites du premier ordre, et sa validité est mise en défaut à partir de $Kn = 0,1$. Si $b = -1$, la condition devient du second ordre et le modèle reste valide pour des nombres de Knudsen plus élevés. Ce modèle donne toutefois des écart de 10% avec des résultats DSMC pour $Kn = 1$. Pour des régimes plus raréfiés, Beskok propose d'introduire un coefficient supplémentaire, appelé *coefficient de raréfaction*, permettant d'étendre la validité du modèle jusqu'à des nombres de Knudsen infinis. Ces coefficients sont déterminés empiriquement à l'aide d'une méthode DSMC.

²⁴ Expressions écrites dans le cas où la normale sortante à la paroi est dans le même sens que l'axe y . Dans le cas

Jie et al. (2000) proposent une autre expression de la vitesse de glissement aux parois :

$$u_g^* - u_p^* = \frac{2 - \sigma_v}{\sigma_v} \left[Kn \frac{\partial u_g^*}{\partial y^*} \Big|_p + \frac{Kn}{2} \left(Re \frac{\partial p^*}{\partial x^*} \right)_p \right]. \quad (1.2- 28)$$

Cette formulation permet à priori une meilleure stabilité numérique par rapport au modèle présenté par Beskok and Karniadakis (1999), pour des résultats sensiblement similaires.

1. 2. 1. 3. *Application des conditions aux limites aux modèles 2D et 3D*

La plupart des modèles développés pour des écoulements raréfiés, basés sur les équations de Navier-Stokes, se sont limités aux écoulements plans.

En géométrie cylindrique, des conditions aux limites de saut de vitesse à la paroi développées au premier ordre ont été utilisées par Knudsen (1909) ou Tison (1993) dans le cadre de confrontations théoriques et expérimentales. Sreekanth (1969) a développé un modèle avec des sauts de vitesse développés à l'ordre 2.





Les écoulements plans (entre deux plans de largeur infinie) ont été modélisés par de nombreux auteurs tels que ceux cités dans le paragraphe précédent.

Les écoulements dans des conduites de sections rectangulaires ont été peu étudiés en raison de la complexité de l'exploitation des équations en trois dimensions. Ebert and Sparrow (1965) ont modélisé de tels écoulements sans vérification expérimentale, avec des conditions aux limites de sauts de vitesse développés au premier ordre. Aubert et Colin (1999) ont développé un modèle prenant en compte des conditions aux limites d'ordre deux établies par Deissler (1964) pour des microconduites de section rectangulaires. Ils ont montré que le débit massique est d'autant plus sous-estimé par le modèle d'ordre 1 que la section du canal se rapproche de la section carrée. Ce modèle n'a pas été vérifié expérimentalement.

1. 2. 1. 4. *Etudes expérimentales*

Un tableau récapitulatif (*Tab. 1.2- 2*) rassemble l'essentiel des essais expérimentaux effectués en écoulements raréfiés dans des conduites de différentes sections, constituées de différents matériaux.

contraire, les signes des membres de droite sont inversés.

Auteur(s)	Section Matériau	Dimensions	Gaz	Plages P, T	Mesure de débit	Modèle	σ_v	Re	Kn
Sreekanth (1969)	 Cuivre	D : 50,8 mm L : 242 mm 491 mm 763 mm	N_2	23 °C P_e : 0,54 – 17 Pa P_s : ~11 Pa P_s : 3,8 ; 0,53 Pa	Débitmètre massique à thermistances	Circulaire, Navier-Stokes, isotherme, localement pleinement développé, saut de vitesse 2 ^e ordre.	1 0,931	16 – 22	Kn_s : 0,011 Kn_s : 0,033 ; 0,025
Pfahler, et al. (1990)	 Silicium Pyrex	H : 0,51–4,65 μm l : 88,6 – 103,8 μm L : 10,9 mm D_H : 1,01 – 8,88 μm	N_2 He	-	Pipette	Circulaire, Poiseuille, incompressible, isotherme, diamètre hydraulique	-	0,4 – 100	0,003 – 0,363
Choi, et al. (1991)	 Silice fondue	D : 3 – 81 μm L : 24 – 52 mm	N_2	20 °C P_e : 5,7 – 10 MPa	Débitmètre volumétrique	Circulaire, Ecoulement de Fanno	-	20 – 2500	
Tison (1993)	 Acier inox.	D : 2,16 μm L : 2 mm	He N_2 Ar	20 kPa – 2 MPa	P constante, V variable	Circulaire, Navier-Stokes, saut de vitesse 1 ^{er} ordre	1		0,1 – 100






Auteur(s)	Section Matériau	Dimensions	Gaz	Plages P, T	Mesure de débit	Modèle	σ_v	Re	Kn
Harley, et al. (1995)	 Silicium	H : 0,5 – 19,79 μm	He N_2 Ar	P_e : 1,1– 3,4 MPa P_s : 0,1 MPa	Pipette	Plan, Navier-Stokes, saut de vitesse 1 ^{er} ordre	1	0,012 – 0,43	0,004 – 0,373
Liu, et al. (1995)	 Silicium	H : 1,2 μm l : 40 μm L : 4,5 mm	He	0,23 – 0,1 MPa	Pipette	Plan, Navier-Stokes, saut de vitesse 1 ^{er} ordre	1		Kn_s : 0,11
Shih, et al. (1996)	 Silicium	H : 1,2 μm l : 40 μm L : 4 mm	He N_2	0,16 – 0,1 MPa 0,27 – 0,1 MPa	Pipette	Plan, Navier-Stokes, saut de vitesse 1 ^{er} ordre	1,162 0,9905	0,001 – 0,009 0,02 – 0,07	Kn_s : 0,16 Kn_s : 0,055
Arkilic, et al. (1996)	 Silicium	H : 1,33 μm l : 52,57 μm L : 7,5 mm	Ar N_2	0,46– 0,1 MPa	Pipette	Plan, Navier-Stokes, saut de vitesse 1 ^{er} ordre	0,8 0,88		Kn_s : 0,053
Arkilic, et al. (1997)	 Silicium	H : 1,33 μm l : 52,57 μm L : 7,5 mm	He	37 °C 0,42– 0,1 MPa	Pipette	Plan, Navier-Stokes, saut de vitesse 1 ^{er} ordre	1	0,0014 – 0,012	Kn_s : 0,155

 Tableau 1.2- 2 : *Etudes expérimentales d'écoulements gazeux raréfiés.*

Les premières études expérimentales permettant de mettre en évidence le régime d'écoulement glissant ont été menées par Knudsen (1909) et Srekanth (1969). Le régime de slip-flow était alors obtenu grâce à des écoulements à basse pression dans des conduites de diamètres de l'ordre du centimètre. Srekanth a validé ses mesures avec un modèle de type localement pleinement développé et isotherme, et des conditions aux limites de glissement à la paroi développés à l'ordre 2.

Des essais expérimentaux ont pu être réalisés en microconduites depuis le début des années 1990 grâce aux techniques de micro-usinage sur support silicium. Ces usinages permettent une bonne régularité dans les sections des microconduites. Ainsi, Pfahler et al. (1991) se sont intéressés à des écoulements d'azote et d'hélium à l'intérieur de microconduites de section trapézoïdale, gravées dans le silicium et recouvertes par une plaque de Pyrex ($0,51 \mu\text{m} \times 92,4 \mu\text{m} \times 10,9 \text{mm}$). Les nombres de Knudsen moyens respectifs pour l'azote et l'hélium étaient de 0,07 et 0,19. Les essais ont mis en évidence une augmentation du débit massique par rapport à une théorie basée sur un écoulement incompressible et isotherme dans un tube de diamètre hydraulique équivalent.

Choi et al. (1991) ont observé une diminution du facteur de friction²⁵ dans le domaine laminaire, avec de l'azote dans des microtubes de section circulaire en silice fondue, de diamètres 3 à 81 μm . Cette observation révèle le même phénomène d'augmentation du débit massique.

Tison (1993) a étudié des écoulements d'argon et d'hélium à l'intérieur de microtubes à parois ondulées en acier inoxydable de diamètre moyen 2,16 μm . Les nombres de Knudsen variaient environ de 0,003 à 0,01 pour l'hélium, et de $9 \cdot 10^{-4}$ à 0,005 pour l'argon. La théorie d'écoulement glissant isotherme, avec des conditions aux limites de saut de vitesse développées au premier ordre, prédisait correctement les valeurs expérimentales de la résistance de la conduite. La valeur du coefficient de réflexion σ_v était dans ce cas prise égale à 1, ce qui traduit un mode de réflexion diffuse des particules à la paroi. Ces résultats ont été confirmés par des essais d'écoulements d'azote et d'hélium à l'intérieur de microtubes, tant que les nombres de Knudsen restent inférieurs à l'unité. Pour des nombres de Knudsen supérieurs, seule une régression des points expérimentaux est proposée.

Arkilic (1997) et Liu et al. (1995) ont analysé des écoulements d'hélium dans des microconduites de section rectangulaire, gravées dans le silicium, de profondeurs respectives

²⁵ En laminaire, cylindrique, le facteur de friction f est égal à $\frac{64}{Re}$

1,33 μm et 1,2 μm et de rapports de forme²⁶ 0,025 et 0,03. Leurs débits expérimentaux sont correctement corrélés par un modèle d'écoulement plan, en utilisant le même saut de vitesse que Tison (1993) et également un coefficient de réflexion $\sigma_v = 1$. Arkilic et al. (1996) avaient auparavant testé des écoulements d'azote et d'argon dans le même microcanal. Les coefficients de réflexions suivants avaient alors été déterminés : 0,8 pour l'argon et 0,88 pour l'azote.

Harley et al. (1995) ont étudié des écoulements d'azote, d'hélium et d'argon à l'intérieur de microcanaux de profondeur allant de 0,5 à 19,79 μm . Le même modèle d'écoulement isotherme, localement pleinement développé, avec un saut de vitesse développé au premier ordre et $\sigma_v = 1$, permet de retrouver les valeurs expérimentales avec des écarts inférieurs à 8%, qui restent compatibles avec la plage d'incertitude calculée, de l'ordre de 12%. Les hypothèses simplificatrices introduites dans ce modèle sont de plus justifiées par une étude numérique.

Enfin, Shih et al. (1996) ont effectué des mesures similaires à Liu et al. (1995) avec une microconduite de même section. Théorie et expérience sont en bon accord pour un écoulement d'hélium, mais avec un coefficient $\sigma_v = 1,162$ et pour un écoulement d'azote avec $\sigma_v = 0,9905$, tant que la pression génératrice reste inférieure à 0,25 MPa. Pour des pressions supérieures, le modèle sous-estime les valeurs expérimentales annoncées.

Ainsi, le modèle d'écoulement glissant, composé des équations de Navier-Stokes accompagnées de conditions aux limites de glissement, semble validé par la plupart des résultats expérimentaux répertoriés sur des microconduites de sections rectangulaires ou circulaires. L'accord théorie-expérience est généralement bon avec une hypothèse d'écoulement isotherme, des conditions de glissement développées au premier ordre et un coefficient d'accommodation $\sigma_v = 1$. Toutefois, une comparaison des coefficients de réflexions obtenus par les auteurs cités précédemment met en évidence certaines contradictions quantitatives. D'une part, les données sont difficiles à exploiter car les incertitudes de mesures ne sont pas toujours clairement précisées. D'autre part, la détermination des dimensions des sections est quelquefois ajustée pour corrélérer théorie et expérience, ce qui est regrettable car il s'agit d'un paramètre très sensible, qui intervient à la puissance quatrième dans le calcul du débit.

²⁶ le rapport de forme est défini par la valeur du rapport de la hauteur sur la largeur de la conduite

Il apparaît donc nécessaire d'enrichir la banque de données actuelles par des mesures expérimentales supplémentaires, permettant de discuter la validité des différents modèles (d'ordre un ou supérieurs) et de déterminer le plus précisément possible les valeurs du coefficients σ_v en fonction du gaz, de la nature et de l'état de rugosité des parois. D'autre part, un banc d'essai capable de vérifier les caractéristiques débit/pression de microsystèmes divers, actifs ou passifs, ainsi que de leurs composants, s'avère indispensable pour pouvoir tester les nombreux prototypes nécessaires à la mise au point de nouveaux microsystèmes fluidiques. Dans tous les cas, ce type d'essai implique la mesure de très faibles débits gazeux. La partie suivante a pour but de répertorier la plupart des techniques actuellement utilisées et d'en comparer les plages de mesures, les avantages et les inconvénients.

1. 3. TECHNIQUES DE MESURES DE FAIBLES DEBITS GAZEUX

Les faibles débits de gaz ne sont pas mesurables à l'aide de débitmètres conventionnels (*e.g.* rotamètres ou débitmètres de type volumétrique). Des techniques spécifiques ont ainsi dû être développées, notamment dans le but de fournir à l'industrie ou à la recherche des restrictions étalons, ou encore dans le but d'étudier les écoulements dans les microsystèmes à fluides.

Les principales techniques sont présentées ci-après, leurs gammes de mesure sont détaillées et résumées dans le dernier paragraphe, dans le cas de débits d'air. On gardera à l'esprit que chaque technique de mesure correspond à une étude spécifique et qu'elles ne sont pas forcément interchangeables.

1. 3. 1. Mesure de débit par écoulement dans une conductance étalon.

Le principe de mesure de certains débitmètres actuellement commercialisés et adaptés aux faibles débits consiste à faire passer le gaz à l'intérieur d'une restriction étalon et à mesurer la perte de charge occasionnée. Un schéma de principe est donné par la figure 1.3- 1.

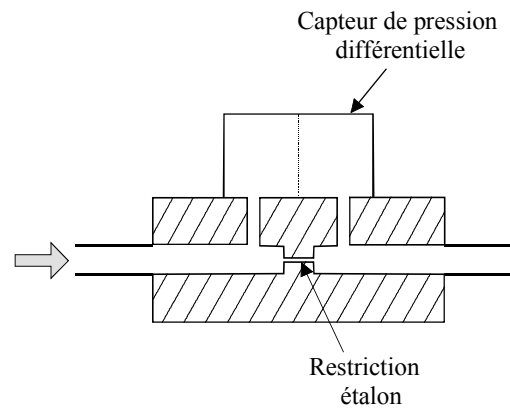


Figure 1.3- 1 : schéma de principe d'un débitmètre par restriction étalon

La restriction étalon est généralement un tube ou un orifice dont la caractéristique liant le débit massique ou volumique à la perte de charge a été étalonnée au moyen d'un calibrage primaire. Un des principaux problèmes est la forte perte de charge générée par la restriction. D'autre part, les modèles disponibles ne permettent pas d'accéder à la mesure de très faibles débits.

Prenons pour exemple un débitmètre Molbloc (DH Instruments, Inc.) pour lequel la limite minimale de mesure est de $3,9 \cdot 10^{-6}$ kg/s ($10 \text{ cm}^3/\text{min}$) lorsque la pression de ligne est 101 kPa. Sa précision varie suivant le gaz, elle est estimée à 0,02% de la pleine échelle pour les gaz usuels et quelques gaz contenant des radicaux carbonés (air, N_2 , CO, CO_2 , Ar, He, $\text{O}_2 \dots$), soit $7,8 \cdot 10^{-10}$ kg/s. Pour d'autres gaz n'ayant pas été calibrés, sa précision est de 0,05% de la pleine échelle, soit $2 \cdot 10^{-9}$ kg/s. Les débits mesurés sont faibles mais ces plages de mesures restent trop élevées pour étudier des écoulements à l'intérieur de microconduites de dimensions transversales de l'ordre du micron.

Grinell, et al. (1955) utilisent déjà ce principe pour leurs recherches, dans le but d'étudier les écoulements à l'intérieur d'un « mini-canal ». Kreith et Eisenstadt (1957) créent un écoulement à l'intérieur de cinquante microtubes en parallèle, générant des débits totaux de l'ordre de 10^{-6} kg/s, mesurables avec une restriction étalon. Aucune étude récente n'a été publiée pour l'étude d'écoulements à faible débit utilisant cette technique.

Il est toutefois permis de penser que cette technique puisse être employée pour l'étude d'écoulements à l'intérieur de microconduites de section rectangulaire. En effet, les techniques de gravure sur silicium permettent de fabriquer des plaques constituées de centaines de microconduites en parallèle avec une grande régularité des sections. Les

écoulements à travers de telles plaques deviennent plus importants et sont susceptibles d'être mesurés par un système à restriction étalon.

1. 3. 2. Système à pression constante / volume variable

Il existe plusieurs configurations de systèmes à pression constante et volume variable. Ils sont généralement utilisés pour fournir les caractéristiques précises de restrictions étalon.

McCulloh et al. (1987) ont présenté deux débitmètres, respectivement à pistons (Fig. 1.3- 2) et à soufflets.

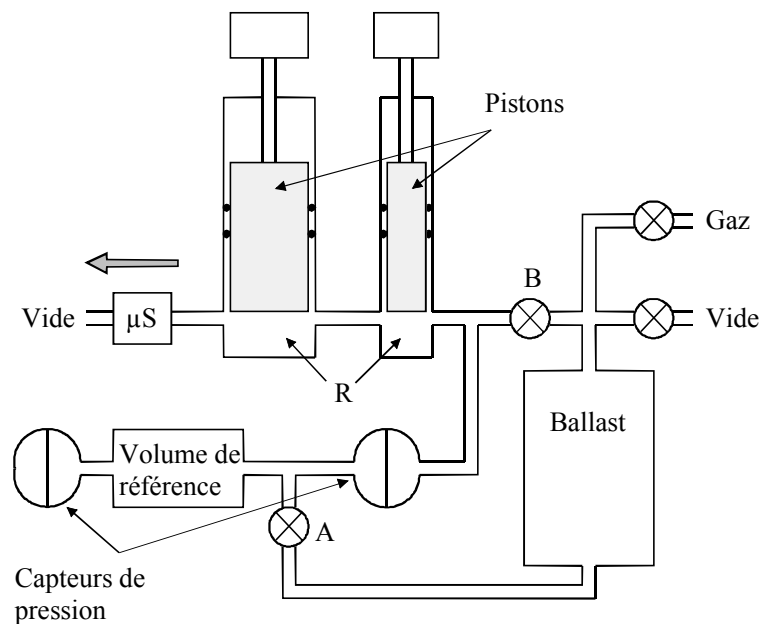


Figure 1.3- 2 : schéma de principe du débitmètre à pression constante et volume variable, d'après McCulloh et al. (1987)

L'écoulement s'effectue depuis un réservoir à volume variable R vers une chambre à vide, les vannes A et B étant fermées en configuration de mesure. La chute de pression engendrée dans le réservoir R est aussitôt compensée par le déplacement motorisé des pistons (ou des soufflets) grâce à un asservissement. Le débit massique parcourant le microsysteme

μS est alors déduit de la variation de volume créée par les pistons, en utilisant l'équation d'état des gaz parfaits. Le débit massique est :

$$\frac{dm}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{pV}{rT} \right) \quad (1.3- 1)$$

où m est la masse de gaz et V le volume.

Avant la mesure, les vannes A et B sont ouvertes et l'ensemble du dispositif est amené à la pression voulue. Un ballast est nécessaire pour générer un écoulement lorsque l'équilibre thermodynamique n'est pas encore atteint. Pendant la mesure, la chute de pression est mesurée par un capteur différentiel situé entre le réservoir R et un volume de référence. Des pistons de diamètres différents sont utilisés pour augmenter l'étendue de mesure.

Le système équivalent à soufflets a été mis au point pour éviter tous phénomènes de fuites et d'adsorption de gaz pouvant survenir sur le système à pistons au niveau des joints toriques. Le réservoir R est alors délimité par un soufflet métallique baigné dans un réservoir d'huile. L'asservissement est identique au premier système à la différence près que les pistons sont plongés dans le bain d'huile et leur variation de volume est transmise au soufflet.

Les débits mesurables varient suivant la pression d'utilisation. Les deux systèmes ont été amenés à des pressions de 10 kPa à 100 kPa. Les débits mesurés sont compris entre $3 \cdot 10^{-8}$ kg/s (à 100 kPa) et $3 \cdot 10^{-13}$ kg/s (à 10 Pa). Les auteurs ont estimé les erreurs à 0,8% dans une plage de $3 \cdot 10^{-8}$ kg/s à $3 \cdot 10^{-11}$ kg/s, celles-ci augmentant jusqu'à 1,3% à $3 \cdot 10^{-13}$ kg/s (10 Pa). Ils estiment que le débitmètre à soufflets pourrait mesurer jusqu'à $3 \cdot 10^{-15}$ kg/s étant donné l'absence totale de fuites parasites au niveau des soufflets.

Ces débitmètres sont sans conteste capables de mesurer de très faibles débits à de faibles pressions. Dans le cas de mesures près de la pression atmosphérique ou au-delà, des débits similaires nécessitent un très faible déplacement des pistons. Cela implique un asservissement très précis et des durées de mesures très longues.

Bergoglio et al. (1995) ont déterminé des caractéristiques de restrictions en utilisant un débitmètre à pression constante / volume variable, ainsi qu'un spectrographe de masse. La restriction et le débitmètre sont reliés à un volume porté au vide et connecté au spectrographe. Ce dernier enregistre tout d'abord un signal lors d'un écoulement à travers la restriction, puis il enregistre un signal lors d'un écoulement depuis le débitmètre. Les signaux sont comparés et un étalonnage préliminaire permet de déduire le débit parcourant la restriction.

Le débitmètre a été utilisé sur une plage de pressions de 10 kPa à 101 kPa. Les débits mesurés sont compris entre $3 \cdot 10^{-10}$ kg/s (à 100 kPa) et $3 \cdot 10^{-13}$ kg/s (à 10 kPa). Les incertitudes sont estimées à 0,3 % dans une plage de $3 \cdot 10^{-10}$ à $6 \cdot 10^{-11}$ kg/s, elles approchent 1% pour des débits inférieurs. Les auteurs ont spécifié que cette méthode est essentiellement limitée par les capacités du débitmètre et par le temps requis pour les mesures.

Ehrlich, et al. (1992) ont discuté les avantages et la précision de la technique de mesure par volume variable / pression constante. Il ressort que la mesure ne requiert le calibrage de la jauge de pression que sur un seul point, présentant un avantage par rapport à la technique à volume constant / pression variable évoquée ultérieurement. La mesure est précise mais présente toutefois quelques limites lorsque les débits mesurés sont très faibles et que les durées de mesure s'allongent, à cause des phénomènes d'adsorption / désorption entre les molécules de gaz et les parois des réservoirs. Ainsi, pour des débits inférieurs à 10^{-12} kg/s et pour des durées de mesure de plus de dix minutes, l'adsorption / désorption devrait être quantifiée. L'auteur ne précise pas de protocole expérimental pour cette quantification.

Ehrlich, et al. (1992) ont décrit plusieurs autres techniques utilisant le principe de la variation de volume. Par exemple, un système à volume variable et pression variable permet de diminuer les durées de mesures et donc de diminuer la contribution des effets parasites liés aux phénomènes d'adsorption et désorption des molécules.

1. 3. 3. Mesure de débit par méthode à volume constant / pression variable

1. 3. 3. 1. Système à simple réservoir

Un apport de gaz dans un réservoir à volume constant occasionne une variation de pression dans ce réservoir, proportionnelle au débit si la température du gaz est maintenue constante. Le débit est également calculé à partir de l'équation (1-3-1) :

$$\frac{dm}{dt} = \frac{V}{rT} \frac{dp}{dt} - \frac{pV}{rT^2} \frac{dT}{dt} \quad (1.3- 2)$$

Le débit est donc déduit de mesures de pression absolue, de température et de leur variation au cours du temps. Cette technique est adaptée pour mesurer des débits supérieurs à 10^{-7} kg/s autour de la pression atmosphérique. Elle nécessite toutefois des capteurs de pression absolue de très grande résolution sur de larges gammes de mesure. Le volume doit être suffisamment important pour éviter une trop forte influence des variations de température du gaz lors de son accumulation. Le second terme de l'équation (1-3-2) doit en effet pouvoir rester négligeable.

Dans le cas de débits inférieurs à 10^{-7} kg/s, cette technique devient inadéquate en raison des limitations techniques des capteurs. A température ambiante et à pression atmosphérique, un écoulement d'air de 10^{-10} kg/s dans un réservoir de 100 cm^3 entraîne une variation de pression de près de 0,1 Pa/s. Aucun capteur de pression absolue ne possède une résolution suffisante sur une gamme de mesure aussi importante pour pouvoir mesurer la variation de pression, dans la mesure où l'essai reste d'une durée raisonnable. De la même façon, les plus précis des capteurs de température ne permettent pas de mesurer des variations de l'ordre de 10^{-6} K. Or il est nécessaire pour un tel système que la variation ne dépasse pas 10^{-6} K/s pour que le second terme de l'équation (1-3-2) ne dépasse pas 0,5% du débit total.

Dans le cas où la pression d'utilisation de ce système est basse (inférieure à 10 kPa), les conditions de stabilité thermiques deviennent moins contraignantes, mais toutefois difficiles à assurer.

1. 3. 3. 2. Système à double réservoir

Arkilic et al. (1994) ont proposé un système effectuant une mesure de pression différentielle entre un réservoir A connecté à l'aval d'un microsystème et un réservoir de référence scellé B (Fig. 1.3- 3).

Les deux réservoirs étant thermiquement couplés (noyés dans une même gangue de cuivre), cette configuration permet de travailler avec des conditions de stabilité thermique beaucoup plus facilement réalisables.

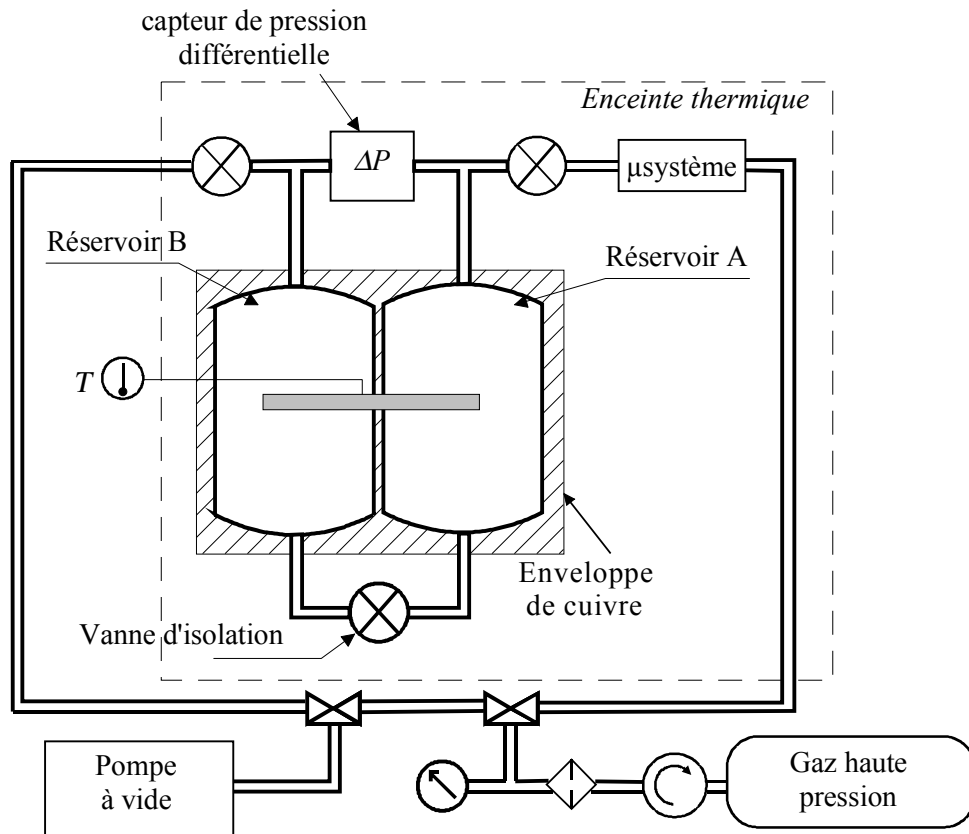


Figure 1.3- 3 : débitmètre utilisé par Arkilic et al. (1994)

Dans le cas où le volume des deux réservoirs est identique ($V_A = V_B = V$ comprenant les lignes de connexion) et que leur variation de température est également identique ($T_A = T_B = T$), le débit massique parcourant le microsysteme est :

$$\frac{dm}{dt} = \frac{V}{rT} \frac{d\Delta p}{dt} - \frac{\Delta p V}{rT^2} \frac{dT}{dt} \quad (1.3- 3)$$

où Δp est la pression différentielle entre le réservoir A et le réservoir B.

Le capteur de pression utilisé possède une plage de mesure de 130 Pa. Il permet donc de mesurer précisément des variations de quelques Pa ou quelques dizaines de Pa. Pour un écoulement de 10^{-10} kg/s, la condition de stabilité thermique de ce système est réduite à 10^{-2} K/s (au lieu de 10^{-6} K/s pour un même débit mesuré par un système à simple réservoir).

L'isolation des deux réservoirs doit être effectuée avec une grande précaution. En effet, la fermeture de la vanne d'isolation entraîne des variations de volume et donc de pression dans les réservoirs. Une fermeture trop rapide aurait comme conséquence un déséquilibre de pression entre les réservoirs avant même le début de la mesure. Un asservissement entre le signal de pression différentielle et la fermeture de la vanne a donc été nécessaire. Après

fermeture, la pression est mesurée pendant quelques minutes pour quantifier les perturbations liées aux éventuelles variations thermiques de chaque réservoir. Après ce délai, on ouvre la vanne qui installe le débit dans le réservoir de mesure. La différence de pression est alors mesurée entre les deux réservoirs. Pour terminer la mesure, on isole le réservoir de mesure de l'écoulement et on mesure la pression toujours pour quantifier les perturbations liées aux variations thermiques ou thermodynamiques. Deux facteurs d'erreur sont pris en compte. D'une part, des perturbations liées aux variations thermiques différentes pour chaque réservoir existent si la température de l'enceinte est inhomogène, si le couplage thermique n'est pas assez efficace ou bien si les volumes des deux réservoirs sont légèrement différents. D'autre part, le gaz introduit dans le réservoir de mesure est susceptible d'augmenter la température. Ce phénomène thermodynamique peut générer une perturbation non négligeable, surtout si le débit est élevé. Celui-ci aura alors tendance à être surestimé. Une erreur supplémentaire peut être due à la différence de température entre le gaz passant dans le microsysteme et le gaz contenu dans le réservoir. Le réservoir présente toutefois une forte capacité calorifique et le gaz tend rapidement vers la température du réservoir.

Tous ces phénomènes parasites sont traduits par une non-linéarité ou une dérive des signaux de pression avant, pendant et après la mesure. Il est alors possible de filtrer le signal afin d'obtenir le débit réel passant dans le microsysteme.

Ce système permet de mesurer des débits de l'ordre de 10^{-12} kg/s avec précision. La résolution est estimée à $3 \cdot 10^{-15}$ kg/s. La limite supérieure de mesure est limitée autant par l'échelle maximum du capteur de pression que par les erreurs dues aux variations thermodynamiques croissantes pour des débits croissants. Cette limite est estimée à $6 \cdot 10^{-11}$ kg/s.

1. 3. 4. Débitmètres à échanges thermiques

Un débitmètre à échanges thermiques est généralement constitué d'une conduite où sont alignés des résistances chauffantes et des éléments thermosensibles. Les échanges convectifs entre une résistance et le fluide dépendent du fluide et du débit parcouru dans la conduite. Les éléments thermosensibles servent à quantifier la quantité de chaleur absorbée par le fluide, proportionnelle au débit.

1. 3. 4. 1. Débitmètres massiques

Une grande partie des débitmètres commerciaux fonctionnent sur les principes de l'anémomètre (figure 1.3- 4a) ou du calorimètre (figure 1.3- 4b). Une partie de l'écoulement est orientée vers une conduite où un flux laminaire s'installe.

L'anémométrie à température constante (figure 1.3- 4a) consiste à mesurer la puissance électrique nécessaire pour maintenir une résistance à une certaine température. L'anémométrie à courant constant est une variante qui consiste à mesurer la température de l'élément chauffant soumis à une puissance électrique constante. Dans les deux cas, la vitesse de l'écoulement est déduite des mesures de température. On remonte au débit en connaissant les caractéristiques géométriques précises de la conduite.

Le calorimètre (figure 1.3- 4b) comporte un élément chauffant et deux sondes de température. L'élément chauffant est soumis à une puissance électrique constante, le débit est directement déduit de la différence de température entre les deux sondes de température.

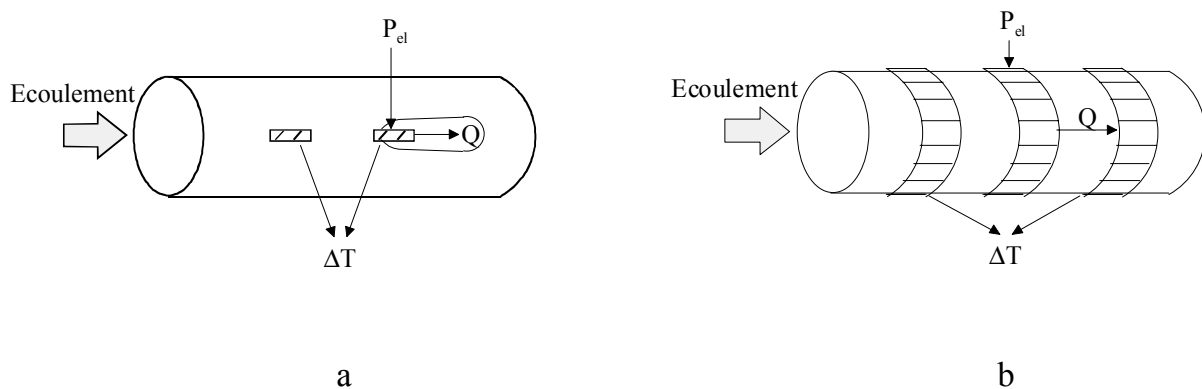


Figure 1.3- 4 : schéma de principe des débitmètres massiques à échanges thermiques (Ashauer, et al. (1998))

Les plages minimales de mesure des débitmètres commerciaux sont typiquement de l'ordre de $2 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3/\text{s}$ (e. g. débitmètre massique gaz Aalborg Instrument, $10 \text{ cm}^3/\text{min}$, précision 1%, fuites à l'hélium estimées à $10^{-13} \text{ m}^3/\text{s}$).

1. 3. 4. 2. Microdébitmètres

Les éléments constituant un débitmètre à échanges thermiques sont aisément miniaturisables.

Le principe du calorimètre peut être repris avec des éléments de quelques microns, séparés d'une centaine de microns (Fig. 1.3- 5a). La puissance électrique nécessaire est faible

et le système reste sensible. La figure 1.3- 5b représente un système où un pic de température est généré par une résistance et où le temps de parcours depuis la résistance jusqu'à la thermistance est mesuré. Le second système nécessite des débits notablement supérieurs au premier.

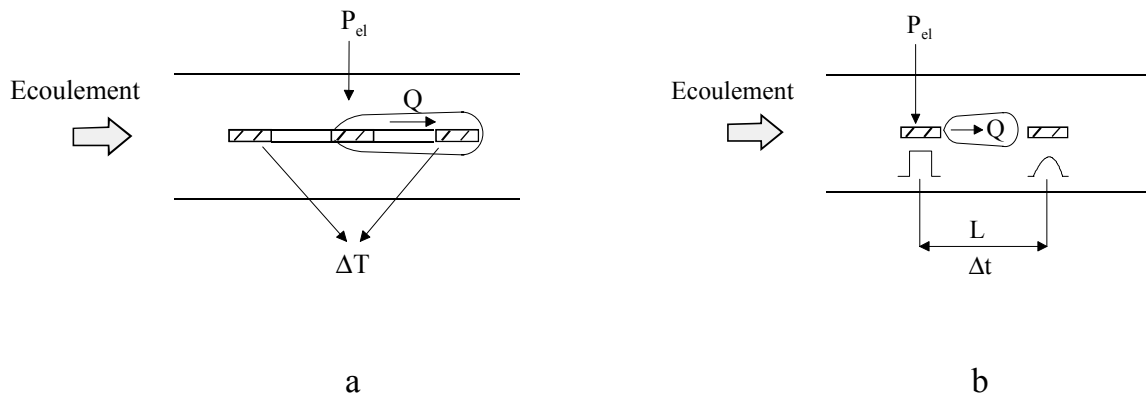


Figure 1.3- 5 : schéma de principe de microdébitmètres à échanges thermiques (Ashauer, et al. (1998))

Plusieurs micro-dispositifs ont été conçus pour l'étude des débits liquides ou gazeux (Esashi (1991), Yang et Soeberg (1992), Lammerink, et al. (1993), Qiu et al., (1996), Robadey, et al.(1995), Toda, et al. (1998), Ashauer, et al. (1995), Nguyen, et al. (1998)).

Lammerink, et al. (1993) ont par exemple utilisé uniquement des thermistances (figure 1.3- 6a) ; Nguyen, et al.(1998) ont étudié un système composé d'une résistance et de jonctions froides de thermocouples (figure 6-b).

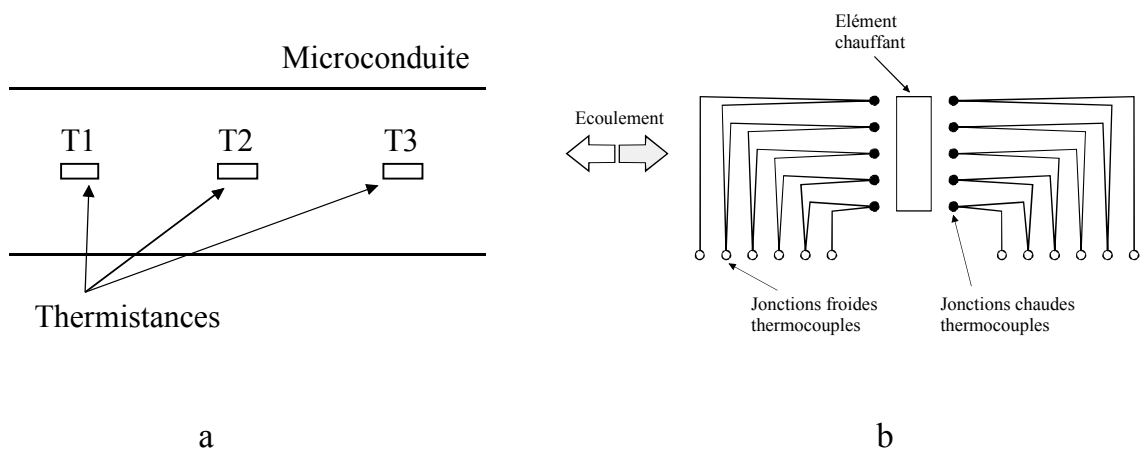


Figure 1.3- 6 : exemples de microdébitmètres- a : Lammerink, et al. (1993)- b : Nguyen, et al.(1998)

Les plus faibles débits sont mesurables avec des microdébitmètres du type calorimètre. Shoji et Esashi (1994) estiment leur capacité à mesurer des débits jusqu'à 10^{-9} kg/s. Les débits dépendent des sections des microconduites, mais les vitesses mesurables par les microdispositifs de type calorimètre sont de l'ordre de 10^{-4} m/s à 10^{-1} m/s, et de l'ordre de 1 m/s par les microdispositifs de type mesure de temps de parcours.

1. 3. 5. Mesure de débit par déplacement d'une goutte liquide dans une pipette étalon.

La technique suivante est basée sur la mesure du déplacement d'une goutte liquide dans une pipette étalon montée en série avec le microsysteme. Le suivi optique de la goutte peut se faire de différentes manières, une visée à l'aide d'un binoculaire réticulé étant la technique la plus utilisée (Fig. 1.3- 7).

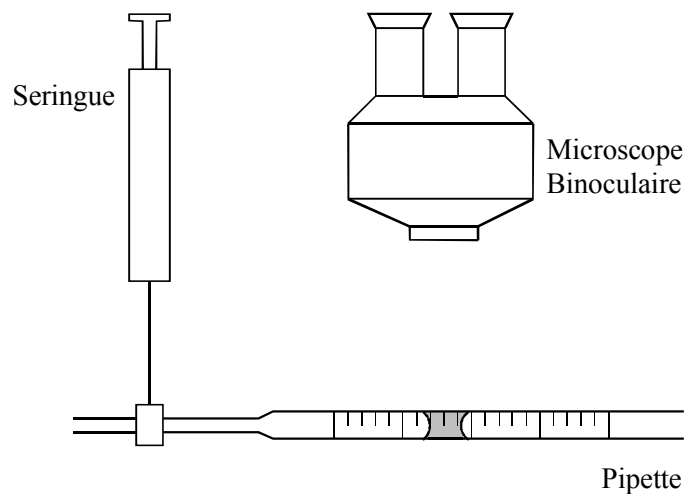


Figure 1.3- 7 : mesure de débit par suivi d'une goutte de liquide dans une pipette calibrée

Un système de détection optoélectronique a été réalisé par Anduze, et al. (2000) pour automatiser la mesure. Certains débitmètres commerciaux fonctionnent avec un ménisque de liquide savonneux. Le ménisque parcourt une pipette et passe devant des détecteurs optiques. Le volume calibré entre les détecteurs et la durée de passage détermine le débit volumique.

Ces débitmètres sont capables de mesurer des débits de 0,1 à 50 ml/min, soit $8,3 \cdot 10^{-7}$ à $1,7 \cdot 10^{-9}$ m³/s, avec une précision de 3% (*e. g. débitmètre digital Bioblock Scientific*).

La technique représentée sur la figure 1.3- 7 est assez simple à mettre en œuvre et permet la mesure de faibles débits. Elle a donc été choisie par différents auteurs, notamment pour l'étude des écoulements gazeux dans les microconduites.

Le volume ou la section de la pipette (ou micro-pipette) doit être connu avec précision. Une seringue placée en amont de la pipette et en parallèle avec la ligne est généralement employée comme système d'injection de goutte.

Pfahler et al. (1991), Harley et al. (1995) et Pong et al. (1994) utilisent des pipettes de volumes différents pour mesurer différentes plages de débits d'écoulements traversant des microcanaux de profondeur de l'ordre du micron. Cette technique leur permet d'étudier aussi bien des écoulements liquides que gazeux en remplaçant la goutte d'eau par une bulle d'air. Ils mesurent par exemple des débits d'azote de $2 \cdot 10^{-7}$ à 10^{-11} m³/s, avec une incertitude maximale légèrement supérieure à 2%.

Il semble important de noter que la pipette débouche à l'air libre, ce qui favorise une pollution de celle-ci et empêche de choisir la valeur de la pression aval. De plus, les durées de mesures peuvent s'avérer longues, rendant la mesure sensible aux variations de température et de pression atmosphérique. Le banc d'essai que nous avons choisi de concevoir d'après cette technique, va permettre d'éliminer ces problèmes. En effet, tout le système de mesure sera en circuit fermé et l'ensemble régulé en température. Il présentera également l'avantage de laisser libre le choix de la pression aval.

1. 3. 6. Comparaison des différentes techniques

La figure 8 délimite en grisé les plages de débits massiques mesurables par les systèmes présentés précédemment, en fonction des pressions d'utilisation pour lesquelles des mesures sont fournies dans la littérature, le gaz considéré étant de l'air. Lorsque le système de mesure est placé en amont du microsystème, ces plages sont repérées par des traits pointillés, alors qu'elles sont repérées par des traits pleins lorsque le système de mesure est placé en aval. Les pressions portées en abscisse représentent alors selon le cas la pression à l'amont ou à l'aval du microsystème. La plage d'utilisation de notre banc d'essai présenté dans le

chapitre 2 est repérée en traits noirs. Il s'agit du seul système effectuant à la fois une mesure à l'aval et à l'amont du microsystème.

On constate que les débits les plus faibles sont mesurables par les méthodes à volume variable ou à pression variable. Cette dernière technique à été testée sur une plage de pressions limitée mais il semble plausible d'étendre le domaine vers des pressions plus hautes. La mesure par résistance étalon autorise une plage de pressions assez large, mais la gamme de débits reste limitée. La technique de mesure par goutte liquide dans une pipette débouchant à l'air libre présente une large gamme de débits mesurables.

Le dispositif que nous proposons, dont le principe est basé sur cette dernière technique de mesure, permet un choix de pressions amont et aval beaucoup plus vaste.

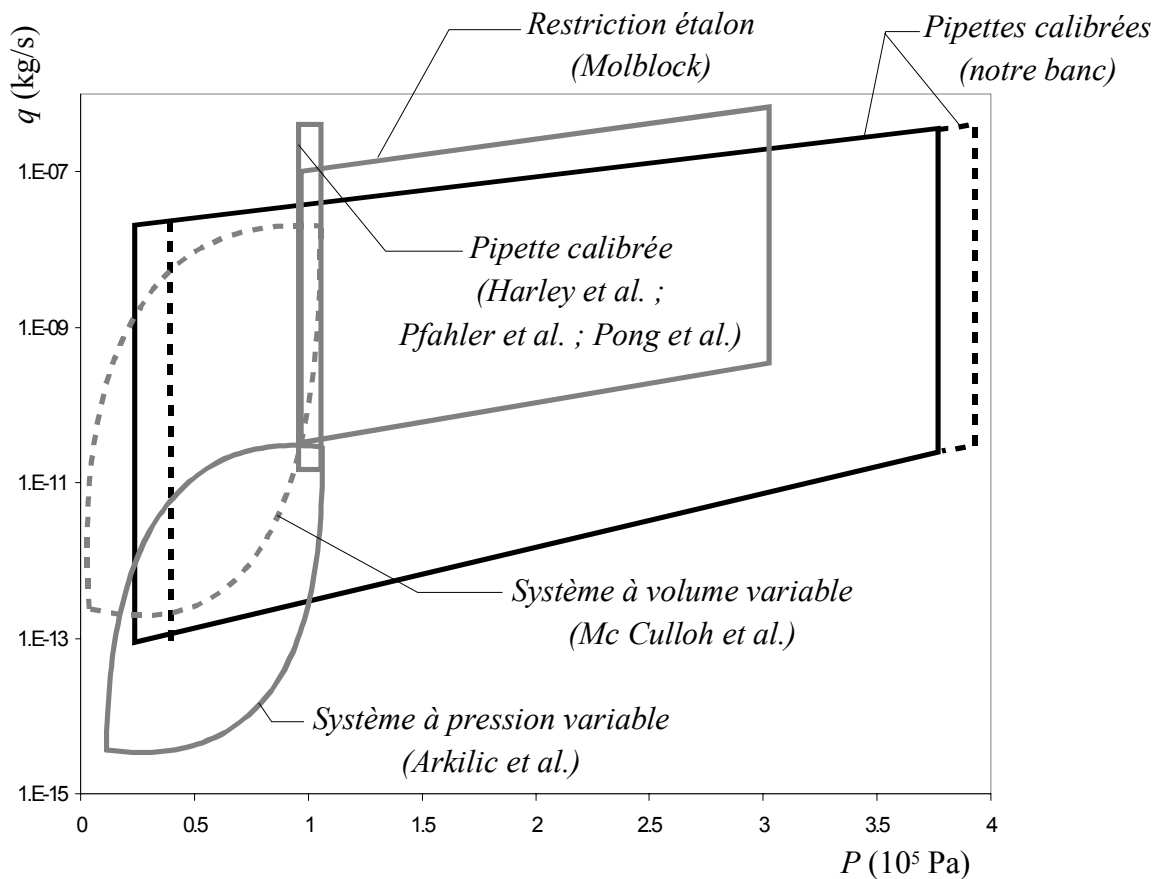


Figure 1.3- 8 : plages de mesures des différents systèmes répertoriés

Chapitre 2

BANC D'ESSAIS DE
MICROECOULEMENTS
GAZEUX

Le principe que nous avons retenu pour mesurer des débits de l'ordre de 10^{-7} à 5.10^{-13} m^3/s est celui du suivi d'une goutte liquide dans une pipette calibrée. Le débit massique de gaz traversant le microsysteme est déduit d'une double mesure simultanée des débits volumiques dans des pipettes situées en amont et en aval de celui-ci (Fig. 2.1-1). Les deux mesures sont indépendantes et leur comparaison permet de valider l'essai. Les deux lignes de mesures sont isolées du milieu extérieur et peuvent être amenées indépendamment à des pressions comprises entre $0,2.10^5$ et 4.10^5 Pa, ce qui permet de tester certains microsystemes (tels les microvalves) en charge. La confrontation des deux mesures permet d'identifier la présence de fuites pouvant exister au niveau des connexions du microsysteme, souvent imperceptibles par d'autres moyens. Les mesures sont automatisées grâce à deux rampes de 12 capteurs optoélectroniques reliées à un ordinateur. La répartition des capteurs permet de vérifier que l'écoulement étudié est bien permanent durant tout l'essai.

2. 1. DESCRIPTION DU BANC D'ESSAIS

2. 1. 1. Description générale

Deux parties principales constituent le banc : d'une part l'ensemble de génération de pression (partie située à gauche de l'enceinte thermique sur le schéma de la figure 2.1- 1), et d'autre part la partie dévolue à la mesure (à l'intérieur de l'enceinte thermique).

Tout le circuit est en acier inoxydable, en verre ou en Téflon pour pouvoir accepter des gaz relativement agressifs. Une bouteille de gaz munie d'un détendeur permet de délivrer une pression entre 1.10^5 et 4.10^5 Pa. Le gaz est filtré à $0,01 \mu m$ par un filtre à cartouches de résine fluorée. Parallèlement, une pompe à vide équipée d'un régulateur permet de créer des basses pressions, jusqu'à $0,2.10^5$ Pa. Les pressions à l'intérieur des deux lignes de mesures A et B sont réglées indépendamment l'une de l'autre. Ces deux lignes de mesure sont symétriques et peuvent jouer le rôle de ligne amont (alors notée 1) tout autant que de ligne aval (notée 2) par rapport au microsysteme.

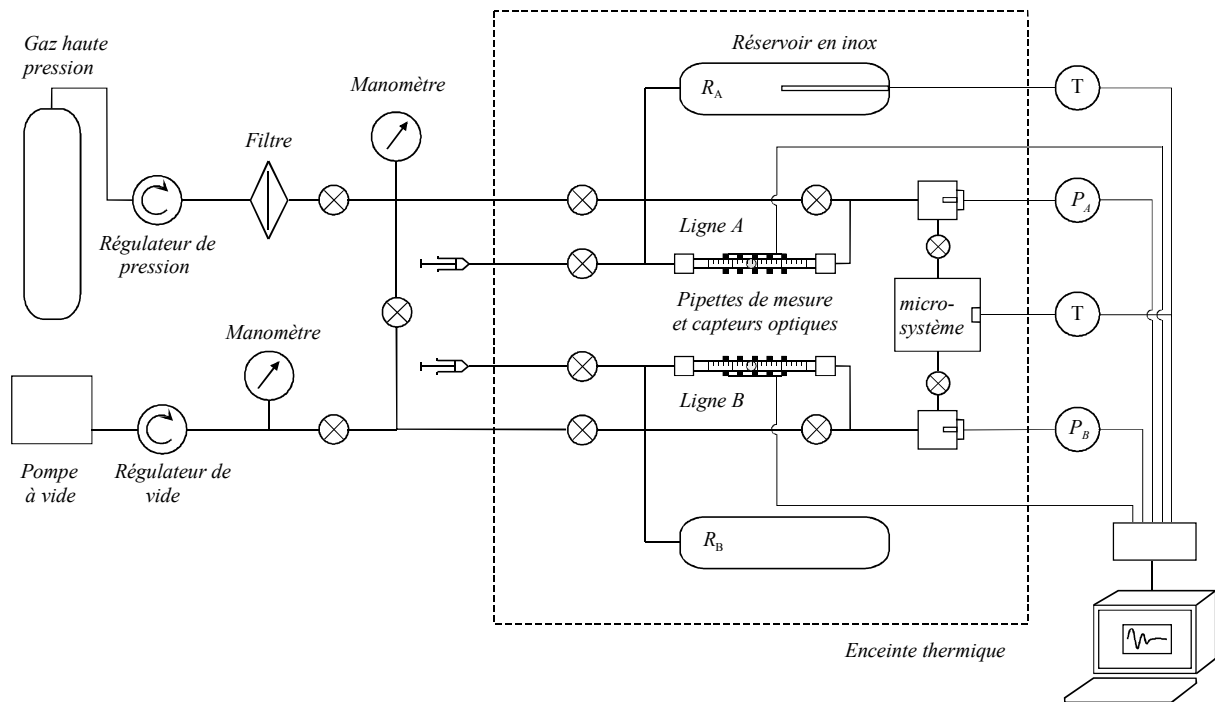


Figure 2.1- 1 : schéma de principe du banc d'essai

Les pressions P_A et P_B de part et d'autre du micro-système sont relevées par deux capteurs piézorésistifs d'étendues de mesure $0 - 3,5 \cdot 10^5$ ou $0 - 7 \cdot 10^5$ et de classe 0,1. Une goutte d'eau déminéralisée est introduite dans chaque pipette au moyen d'une seringue et d'un tube flexible. Les pipettes sont en Pyrex, calibrées à 1 cm^3 . Les capteurs optoélectroniques relevant le passage des gouttes sont des fourches à transmission constituées de diodes électroluminescentes et de photorécepteurs (figure 2.1-2). Deux sondes indiquent la température au niveau du micro-système et dans l'un des réservoirs R_A ou R_B . Les réservoirs sont en acier inoxydable, d'une capacité nominale de 500 cm^3 . L'enceinte thermique (Fig. 2.1-3 et 2.1-4) est constituée d'une part d'un bac de PVC dont les parois ont une épaisseur de 12 mm et sont recouvertes d'isolant polyuréthane d'épaisseur 20 mm, et d'autre part de Plexiglas d'épaisseur 6 mm recouvert d'isolant polystyrène-aluminium d'épaisseur 7 mm. La régulation thermique est assurée par un module Peltier et un régulateur, qui peuvent générer des températures comprises entre 10 et 40 °C. La géométrie spéciale de l'enceinte a nécessité un « couloir » à l'intérieur de celle-ci pour assurer un brassage d'air satisfaisant. L'ensemble des signaux est acquis par une carte d'acquisition sur un ordinateur et traité par le logiciel Tespoint.

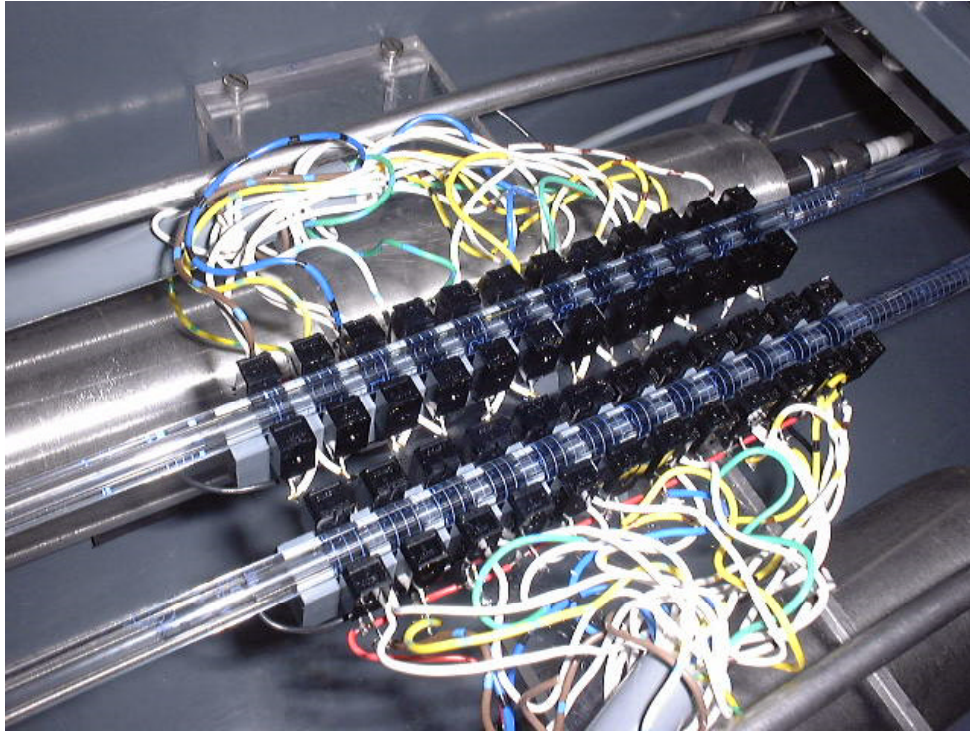


Figure 2.1-2 : rampes de capteurs optoélectroniques

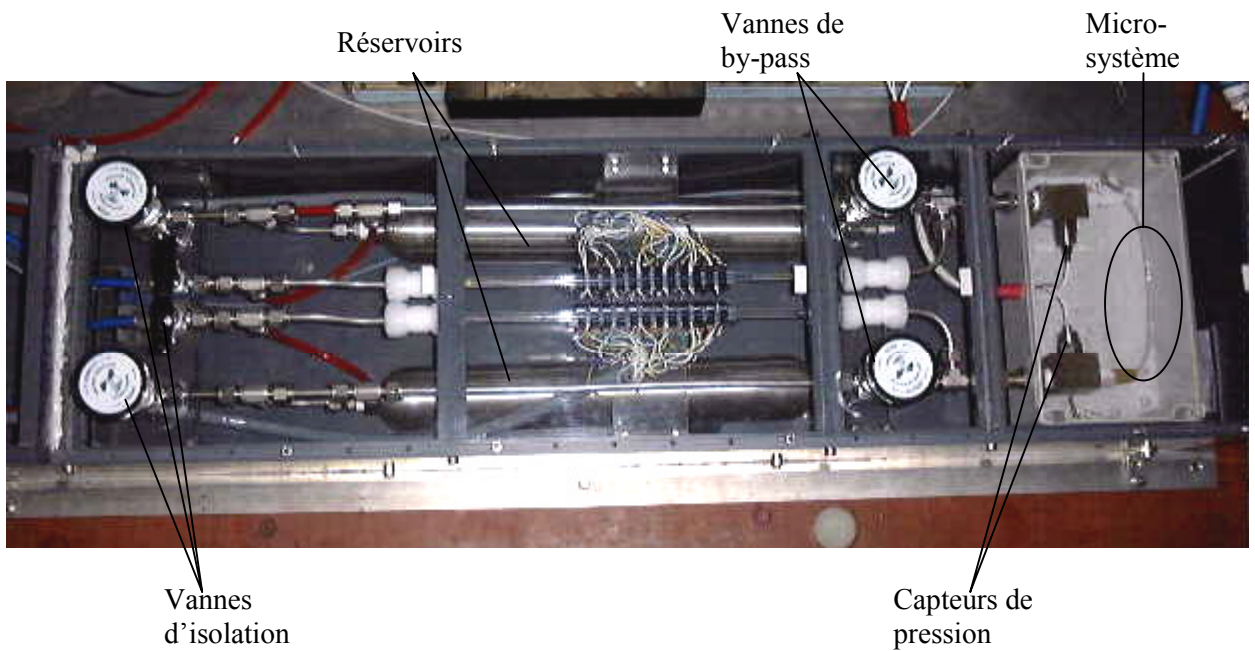


Figure 2.1-3 : lignes de mesures dans l'enceinte thermique

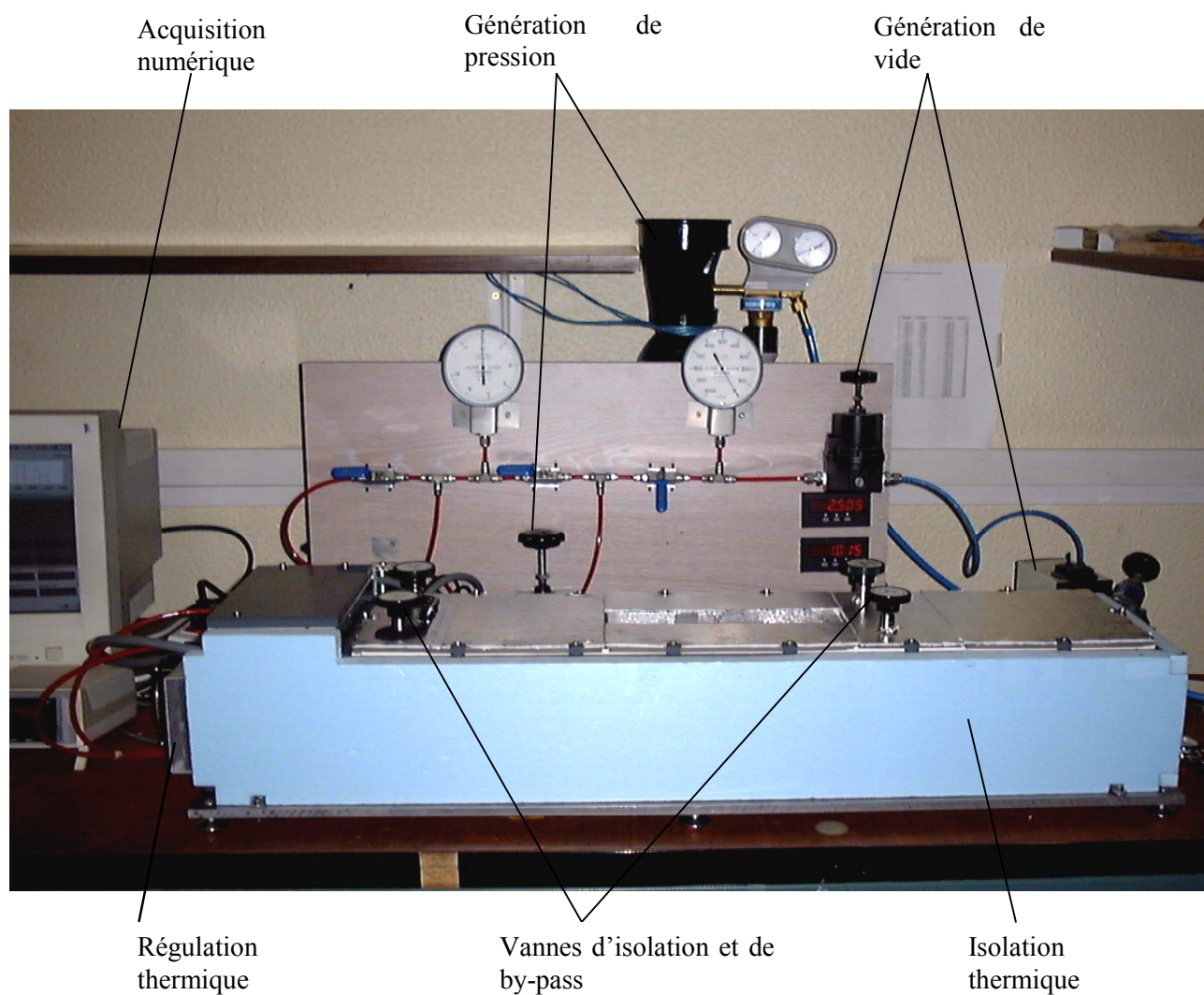


Figure 2.1- 4 : banc d'essais

2. 2. MESURES DE PRESSION ET INCERTITUDES

Nous utilisons deux capteurs de pression de marque Kulite®, de type piézorésistif, situés de part et d'autre du microsysteme. Ces capteurs sont placés dans les plots usinés en acier inoxydable, un joint torique en Viton® assure leur étanchéité avec l'extérieur. Le microsysteme est relié aux plots par l'intermédiaire de tubes en Nalgène® et de minivannes de marque Omnifit® en Teflon®. La pression mesurée à l'intérieur d'un plot peut être considérée comme identique à la pression à l'extrémité du microsysteme, étant donnée la perte de charge négligeable entre les deux (~ 10 Pa pour un débit maximum de 10^{-7} m³/s).

Les caractéristiques des capteurs sont données dans le tableau suivant :

Référence du capteur	HKM 375M 3,5A	HKM 375M 7A
Type du capteur	Piezorésistif à membrane inoxydable	
Plage de mesure	0 à $3,5 \cdot 10^5$ Pa	0 à $7 \cdot 10^5$ Pa
Non-linéarité, hystérésis, répétabilité cumulées	0,1 %	
Sortie pleine échelle	100 mV	
Sensibilité à la température	± 1 % / 55 °C	

Les capteurs munis de leur conditionneur-afficheur ont été étalonnés en plusieurs points avec différents manomètres étalons de type Bourdon (classe 0,06) et une colonne à mercure.

Lorsqu'une pression est mesurée, nous tenons compte des erreurs engendrées par la précision des étalons, par l'hystérésis et la répétabilité du capteur, et par la précision du conditionneur-afficheur (0,5 % de la mesure).

On résume dans le tableau suivant quelques valeurs d'incertitudes relatives pour des pressions usuelles :

P (Pa)	Incertitude relative capteur 0-3,5 bar	Incertitude relative capteur 0-7 bar
2.10^4	5,1 %	10,3 %
5.10^4	1,8 %	2,6 %
1.10^5	0,7 %	1,1 %
$3,5.10^5$	0,8 %	0,9 %

2. 3. MESURES DE TEMPERATURE

Trois sondes de température sont réparties au sein du banc. Une thermistance mesure la température à l'intérieur de l'enceinte et sert de contrôle dans la boucle de régulation de température. Une sonde à résistance de Platine de classe B mesure la température près du microsystème. Une sonde de Platine sous gaine d'acier inoxydable, de mêmes caractéristiques, est introduite à l'intérieur d'un réservoir. La mesure de cette dernière est utilisée pour calculer les masses volumiques de gaz à l'intérieur des lignes.

L'erreur expérimentale sur la mesure de température est directement liée à la classe de la sonde. L'erreur correspondant à une sonde de classe B est typiquement de 0,5 °C.

2. 3. 1. Plage de température du banc d'essai

La plage de température du banc d'essai est limitée par la puissance du dispositif de régulation, et par les pertes thermiques de l'enceinte d'isolation. Le dispositif est capable de refroidir ou de chauffer l'enceinte. Le système de régulation a été choisi dans le but de pouvoir faire des essais à des températures correspondant à la température ambiante et à la température physiologique de 37 °C. Le graphique de la figure 2.3- 1 montre la réponse des deux sondes de température à une consigne donnée (consigne 1 pour la sonde T1 et consigne

2 pour la sonde T2). La température extérieure au banc d'essai est la température ambiante (environ 20 °C).

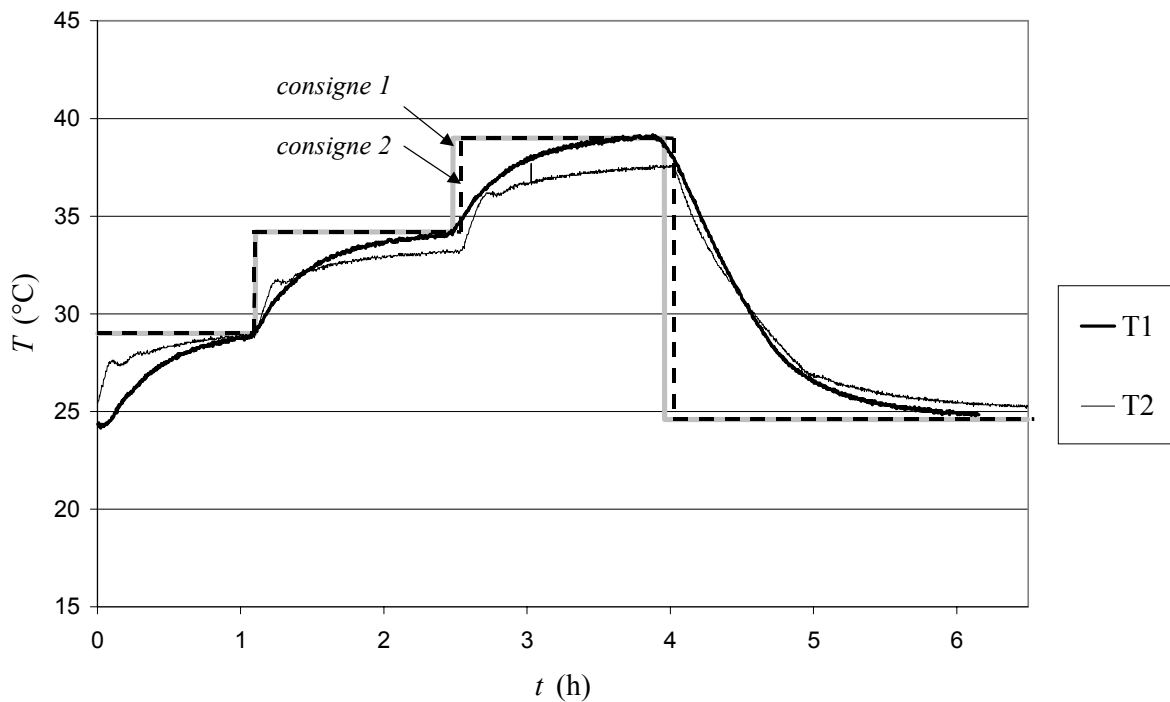


Figure 2.3- 1 : Réponse des sondes T1 (sonde dans gaine inox) et T2 (sonde de surface) à une température de consigne

Au niveau du premier palier, les deux courbes se rejoignent à la même température. Les sondes étant situées à deux endroits différents et suffisamment éloignés, on en conclut que le banc est homogène en température à 29 °C. Le temps nécessaire à la stabilisation en température est d'environ une heure. Au niveau des deux autres paliers, on observe que la sonde T2 (la plus éloignée du régulateur) n'atteint pas la valeur de la consigne. La différence de température de part et d'autre du banc peut alors aller jusqu'à 2 °C. Il est difficile d'obtenir une meilleure homogénéité pour des températures élevées puisque la présence du système entier de mesure perturbe le brassage de l'air à l'intérieur de l'enceinte. Pour d'éventuels tests à une température de 37 °C, il serait préférable de rajouter une isolation supplémentaire à l'isolation actuelle.

Dans l'avenir, il serait souhaitable d'améliorer la configuration de l'enceinte thermique et d'étudier un meilleur emplacement pour le module de régulation thermique afin d'assurer un meilleur brassage de l'air autour des lignes de mesures.

2. 4. MESURES DE DEBITS VOLUMIQUES

La technique de mesure de débit volumique à l'aide d'un appareil de visée oculaire et d'un chronomètre (§1.3.5.) s'applique difficilement à la gamme de mesures que nous souhaitons avoir en raison de la double mesure et des durées de mesures. Les gouttes se déplacent notamment en sens contraire et il est difficile pour un opérateur d'effectuer des mesures simultanées sur les deux pipettes.

Le système opto-électronique permet d'automatiser la mesure puisque deux séries de capteurs à transmission vont détecter successivement les passages des gouttes devant leur faisceau lumineux. Les informations provenant des capteurs opto-électroniques sont enregistrés dans un ordinateur au moyen d'un logiciel d'acquisition numérique. L'étalonnage du système opto-électronique et le procédé d'acquisition numérique font l'objet des paragraphes suivants et de détails en annexes.

Ce procédé de mesure a été développé par Anduze (1999), au cours de sa thèse au LGMT, pour la mesure de microdébits liquides. Le principe de sa mesure consistait à détecter le déplacement d'une bulle d'air à l'intérieur de pipettes calibrées, lors d'écoulements liquides dans les microsystèmes. La mesure n'est pas différente pour les écoulements gazeux où l'on doit détecter le déplacement d'une goutte liquide dans ces mêmes pipettes.

Le choix de la goutte s'est porté sur l'eau déminéralisée. Sa tension superficielle permet de ne pas laisser un film trop important sur la pipette après son passage, contrairement à des liquides plus mouillants comme les alcools ou l'eau additionnée de surfactants. Sa progression à l'intérieur de la pipette reste régulière dans la plage de débits mesurables. On observera toutefois quelques variations dans la forme du premier ménisque pour les débits les plus élevés.

2. 4. 1. Description d'une rampe de capteurs opto-électroniques

Chaque pipette comprend une rampe de douze capteurs à transmission répartis de façon uniforme sur une longueur de pipette correspondant à $0,55 \text{ cm}^3$. Cette rampe est située au milieu de la pipette, où celle-ci a été calibrée par le fabricant. Le volume approximatif

entre deux capteurs est alors de $0,05 \text{ cm}^3$. Ce volume peut varier suivant l'écartement entre les capteurs, mais reste limité par leur largeur et par la position des graduations de la pipette qui ne doivent pas se trouver dans leur champ lumineux.

Les capteurs opto-électroniques sont de types OMRON ES-4070 et sont constitués d'une diode électroluminescente rayonnant dans l'infrarouge, d'un phototransistor et d'un trigger de Schmidt (nécessaire à la remise en forme des signaux). Ils sont alimentés par la carte d'acquisition de l'ordinateur sous une tension de 5 V. Le courant traversant les diodes ne doit pas dépasser 50 mA.

Le capteur réagit en fonction de l'intensité lumineuse qui parvient au photorécepteur. Celle-ci est différente suivant qu'il y a présence d'air ou de liquide à l'intérieur de la pipette. La commutation s'effectue autour d'un seuil de luminosité. Il faut alors ajuster le courant passant dans la photodiode pour que la luminosité soit en-dessous du seuil en présence d'air, et au-dessus du seuil en présence d'eau. Cela nécessite l'utilisation d'une résistance variable pour chaque photodiode. Le signal de sortie des capteurs est de type « tout ou rien ». Lorsqu'il y a présence d'air dans la pipette, la sortie du capteur est à 5 V, en présence d'eau la sortie est à 0 V. Les signaux de sortie des capteurs opto-électroniques sont transmis à la carte d'acquisition de l'ordinateur sur une entrée digitale, via un boîtier de connexions.

2. 4. 2. Acquisition numérique des signaux

Le logiciel Tespoint (Keitley Instruments) installé sur un ordinateur Pentium 166 Mhz permet d'exploiter les informations provenant des capteurs opto-électroniques, des conditionneurs de température et de pression, via une carte d'acquisition Keithley DAS 1602. Les conditionneurs des capteurs de température et de pression sont connectés à une entrée analogique de la carte alors que les capteurs opto-électroniques sont connectés à une entrée digitale. Cette dernière permet de construire des mots logiques binaires, dont l'état de chaque bit représente l'état de sortie des capteurs opto-électroniques correspondants.

Lors d'un échantillonnage, vingt-quatre signaux provenant des deux rampes de douze capteurs sont enregistrés. L'entrée digitale de la carte d'acquisition comprend trois ports de huit entrées. Les vingt-quatre capteurs sont connectés sur ces trois ports, ceux-ci codent trois mots de 8 bits. Deux mots de 8 bits vont représenter l'état des huit premiers capteurs de

chaque rampe, le mot restant va représenter l'état des quatre derniers capteurs sur chaque rampe (Fig. 2.4-1).

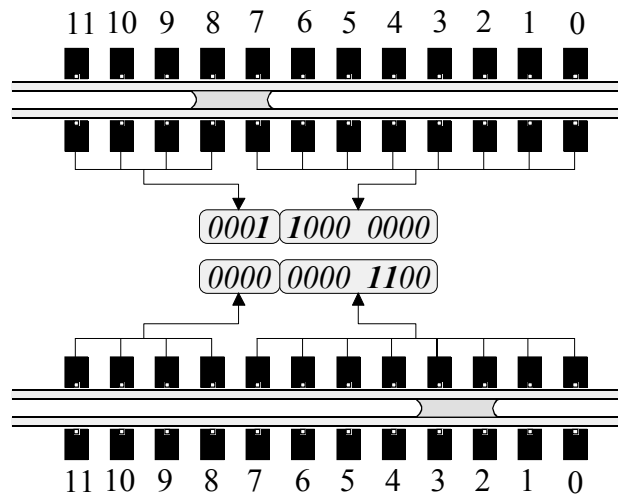


Figure 2.4- 1 : schéma de codage des signaux opto-électroniques

Le programme créé sur TESTPOINT permet de choisir la fréquence d'acquisition des signaux. Une acquisition consiste d'une part à lire de manière séquentielle les vingt-sept signaux à la fréquence la plus rapide possible pour la carte d'acquisition (10 MHz environ). Elle consiste d'autre part à traiter en partie les données recueillies et à les mettre en mémoire. Ces opérations ainsi que les mises à jour de l'écran induisent une fréquence maximale d'acquisition voisine de 45 Hz, pour des acquisitions de courtes durées.

2. 4. 3. Traitements numériques - Mesure de débits

Lorsque les acquisitions sont terminées, toutes les informations sont mises en mémoire et attendent d'être traitées.

Les opérations relatives à la restitution des données analogiques (pressions, température), et à la détermination des débits volumiques à partir des données numériques sont détaillées dans l'annexe A.

La mesure du débit volumique entre deux capteurs se déduit de la relation :

$$Q_{ij} = \frac{V_{ref}}{l_{ref}} \frac{l_{ij}}{\Delta t_{ij}} \quad (2.4- 1)$$

- V_{ref} : volume calibré par le fabricant de la pipette
- l_{ref} : longueur entre les deux graduations du volume calibré
- l_{ij} : longueur entre les faisceaux de deux capteurs i et j
- Δt_{ij} : durée entre deux détections de même front

Les valeurs de V_{ref} et l_{ref} sont constantes et dépendent de la pipette. Les longueurs l_{ij} ne sont pas les distances entre les capteurs mais les distances parcourues par la goutte entre deux commutations de même type au niveau des capteurs i et j (voir Fig. 2.4-2). Elles dépendent de la pipette, du sens de propagation de la goutte et du type de front de commutation.

Les valeurs de l_{ij} sont déduites d'un étalonnage préalable (cf. paragraphe suivant). Les valeurs t_{ij} sont déduites des instants t de commutation pour les capteurs i et j et pour chaque type de front.

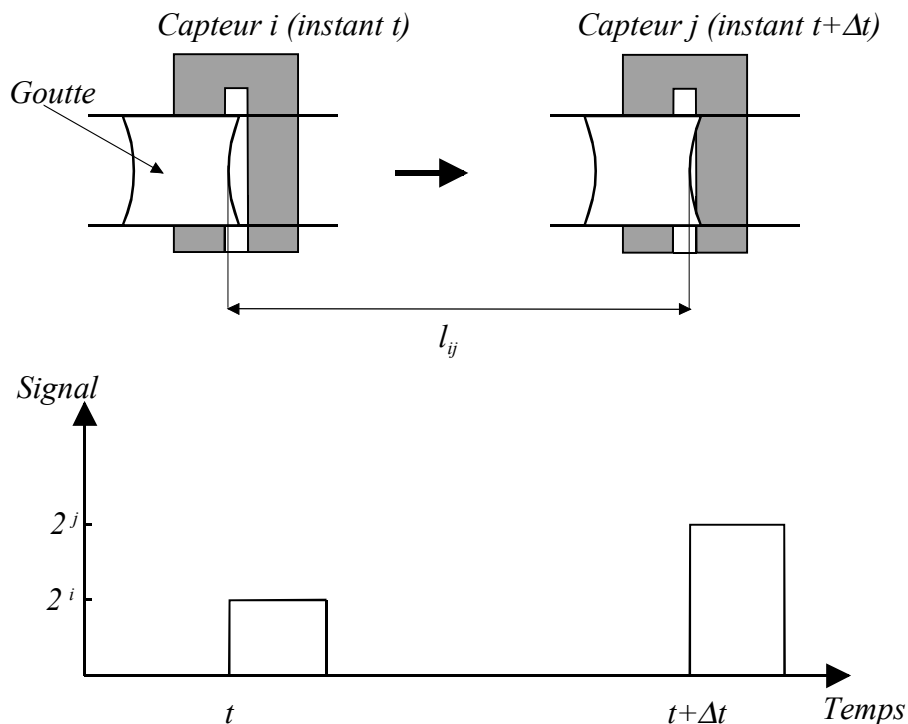


Figure 2.4- 2 : schéma de déclenchement des capteurs optoélectroniques

Les deux pipettes vont nous fournir en premier lieu quatre valeurs de débits « globaux », c'est-à-dire les débits mesurés entre les capteurs situés aux extrémités de chaque

rampe. Pour les calculs, les longueurs $l_{0,11}$ pour chaque rampe, chaque front et chaque sens de propagation ont fait l'objet d'un premier étalonnage. Pour chaque rampe, les débits mesurés par les deux fronts sont comparés et la mesure est rejetée si leur différence est supérieure à 0,5 %. Une trop forte différence indiquerait que le volume de la goutte a varié pendant la mesure.

Les douze capteurs installés sur chaque rampe vont permettre de mesurer onze valeurs de débits, représentant l'évolution du débit au cours du temps. Ils vont pouvoir mettre en évidence l'éventuel caractère instationnaire de l'écoulement. Une seconde série d'étalonnage a alors été nécessaire pour déterminer chaque longueur l_{ij} correspondant à chaque couple de capteurs $\{C_i, C_j\}$.

On peut déduire une valeur moyenne des débits obtenus par les onze couples de capteurs, désignée débit « moyen », pour chaque rampe et chaque type de front. On obtient alors quatre valeurs de débits moyens que l'on peut directement comparer aux débits globaux précédemment calculés. Les différences entre débits globaux et débits moyens sont directement imputables aux différents étalonnages et sont inférieures à 0,5 %.

L'évolution des débits mesurés par chaque couple de capteurs est alors observée. On étudie d'une part la dispersion des mesures autour des valeurs moyennes (écarts-type, écarts maximum) et d'autre part la variation des mesures (caractère non permanent). Une régression linéaire de chaque série est effectuée, la pente de la droite de régression quantifie la variation du débit.

2. 4. 4. Etalonnages

Le but des étalonnages est de déterminer les valeurs de l_{ij} nécessaires aux calculs de débits dans l'équation 2.4- 1 (paragraphe précédent).

Deux méthodes d'étalonnage sont possibles. Une première méthode consiste à translater une rampe de capteurs par rapport à une pipette sans graduations, dans laquelle une goutte d'eau est fixe. Le support mobile de la rampe doit mesurer des déplacements au centième de millimètre près sur une longue distance. Anduze (1999) a pour cela utilisé une plate-forme d'usinage à affichage numérique. Cette méthode est efficace mais peu pratique à mettre en œuvre. Les conditions de mesure lors de l'étalonnage et sur le banc définitif sont

légèrement différentes, ce qui peut se traduire par des erreurs systématiques au cours des mesures. Une autre méthode d'étalonnage a été utilisée pour nos mesures.

Avec la seconde méthode, l'étalonnage s'effectue sur le banc définitif lui-même avec la pipette de mesure. La méthode consiste à identifier le débit mesuré par les capteurs avec le débit moyen mesuré optiquement par l'opérateur (cf. technique §1.3.5). Il est nécessaire de réaliser cette opération en prenant en compte un minimum d'erreur de la part de l'opérateur. C'est pourquoi les observations ont été réalisées avec des débits proches de $5.10^{-10} \text{ m}^3/\text{s}$, pour lesquels la vitesse de déplacement de la goutte dans la pipette est la meilleure par rapport aux incertitudes de mesures liées au chronométrage (cf. §2.4.4.2 : tableau d'estimation des incertitudes).

Nous disposons de microtubes de diamètres intérieurs $20 \mu\text{m}$ pour réaliser des écoulements proches de $5.10^{-10} \text{ m}^3/\text{s}$. Le système complet (réservoirs, lignes, microtube) étant fermé, les débits occasionnés sont faiblement décroissants ($-0,5 \%$ pour le système amont et -1% pour le système aval). Les valeurs étalonnées de l_{ij} s'en trouveront très peu perturbées.

Le débit $Q_{opt}^{étal.}$ pris comme référence est mesuré par l'opérateur. Les ménisques de la goutte sont observés à l'aide d'un microscope et le temps $\Delta t_{opt}^{étal.}$ entre les traits calibrés de la pipette est chronométré (l'exposant *étal.* signifie que la mesure a été effectuée lors de l'étalonnage) :

$$Q_{opt}^{étal.} = \frac{V_{ref}}{\Delta t_{opt}^{étal.}} \quad (2.4- 2)$$

V_{ref} est le volume entre les deux traits de calibration ($V_{ref} = 0,501 \text{ cm}^3 \pm 0,003$) pour les deux pipettes). Les deux ménisques de la goutte donnent en fait deux valeurs de débits, mais nous ne détaillerons le calcul que pour un seul ménisque.

Les seules données obtenues lors de l'acquisition numérique sont les instants t et le numéro du capteur où le changement d'état a eu lieu. On peut alors déduire les valeurs de l_{ij} correspondant au débit de référence, pour chaque valeur de $\Delta t_{ij}^{étal.}$:

$$l_{ij} = \frac{l_{ref}}{V_{ref}} Q_{ij}^{étal.} \Delta t_{ij}^{étal.} \quad (2.4- 3)$$

avec

$$Q_{ij}^{étal.} = Q_{opt}^{étal.}$$

$$l_{ij} = \frac{l_{ref}}{V_{ref}} \frac{V_{ref}}{\Delta t_{opt}^{étal.}} \Delta t_{ij}^{étal.}$$

$$l_{ij} = l_{ref} \frac{\Delta t_{ij}^{étal.}}{\Delta t_{opt}^{étal.}} \quad (2.4- 4)$$

2. 4. 5. Incertitudes de mesures

L'expression (2.4- 1) est utilisée pour le calcul des débits volumiques lors des mesures. Il est cependant préférable de l'exprimer sous une autre forme pour le calcul d'incertitudes. En insérant l'équation (2.4- 5) ci-dessus dans l'équation (2.4- 1), nous obtenons :

$$Q_{ij} = \frac{V_{ref}}{\Delta t_{opt}^{étal.}} \frac{\Delta t_{ij}^{étal.}}{\Delta t_{ij}} \quad (2.4- 5)$$

et l'incertitude sur le débit volumique est alors :

$$\frac{\Delta Q_{ij}}{Q_{ij}} = \frac{\Delta V_{ref}}{V_{ref}} + \frac{\Delta(\Delta t_{opt}^{étal.})}{\Delta t_{opt}^{étal.}} + \frac{\Delta(\Delta t_{ij}^{étal.})}{\Delta t_{ij}^{étal.}} + \frac{\Delta(\Delta t_{ij})}{\Delta t_{ij}} \quad (2.4- 6)$$

Le premier terme $\frac{\Delta V_{ref}}{V_{ref}}$ de cette équation est relatif à l'incertitude sur le volume de la pipette pris comme référence entre deux traits de calibration. Les volumes des deux pipettes entre les deux premiers traits sont identiques et sont égales à $V_{ref} = 0,501 \pm 0,003 \text{ cm}^3$, mesures données par le fabricant. Les influences de la pression dans les pipettes et de la température sont négligeables lors de nos mesures (voir détail annexe B). Une pression de 3.10^5 Pa implique une variation de volume de 0,0015 % par rapport au volume mesuré à la pression atmosphérique. Une variation de température de 25 °C fait varier le volume de 0,03 %.

Le second terme $\frac{\Delta(\Delta t_{opt}^{étal.})}{\Delta t_{opt}^{étal.}}$ est relatif aux erreurs de chronométrage de l'opérateur

pendant la phase d'étalonnage. Lorsque la goutte passe devant un trait de calibration, l'instant est mesuré. Les erreurs commises au niveau de chaque trait de calibration sont cumulées (détails en annexe B). L'incertitude liée au chronométrage est estimée à 0,16 %.

Le troisième terme $\frac{\Delta(\Delta t_{ij}^{étal.})}{\Delta t_{ij}^{étal.}}$ correspond à l'incertitude sur la mesure du temps entre

les commutations des capteurs i et j pendant l'étalonnage. Il se peut qu'une commutation survienne entre deux instants d'échantillonnage. Il y a alors décalage entre l'instant précis où le capteur a commuté et l'instant enregistré pendant l'acquisition. La fréquence d'échantillonnage pendant l'étalonnage a été prise égale à 10 Hz. L'incertitude qui nous intéresse est directement proportionnelle à celle-ci. Pour la première série d'étalonnages (étalonnages des longueurs $l_{0,11}$ et $l_{11,0}$, pour chaque front et chaque rampe, cf. 2.4.4), l'incertitude est de 0,018 % (détails en annexe B). L'incertitude relative à chaque couple de capteur est de 0,2 %.

Le dernier terme $\frac{\Delta(\Delta t_{ij})}{\Delta t_{ij}}$ représente l'incertitude sur la mesure du temps entre les

commutations des capteurs i et j pendant les essais. Cette incertitude diminue comme l'incertitude précédente avec le nombre de couples de capteurs utilisés pour faire les mesures (détails en annexe B). L'incertitude sur Δt_{ij} pour n couples de capteurs est :

$$\frac{\Delta(\Delta t_{ij})}{\Delta t_{ij}} = \frac{0,0093}{n} + \frac{1}{f \Delta t_{ij}} \quad (2.4- 7)$$

f étant la fréquence d'acquisition pendant l'essai. Lorsque le débit à mesurer est connu approximativement, la fréquence d'acquisition peut être réglée de telle sorte que le second terme de l'équation (2.4-7) soit inférieur à 0,1 %. L'incertitude maximale devient :

$$\frac{\Delta(\Delta t_{ij})}{\Delta t_{ij}} = \frac{0,0093}{n} + 0,001 \quad (2.4- 8)$$

L'incertitude totale sur la mesure de débit volumique dépend du nombre de capteurs utilisés. Pour une mesure effectuée sur toute la rampe de capteurs,

$$\frac{\Delta Q_{ij}}{Q_{ij}} = 0,6\% + 0,16\% + 0,018\% + 0,19\% \approx 1\% \quad (2.4- 9)$$

Pour une mesure effectuée sur un seul couple de capteurs,

$$\frac{\Delta Q_{ij}}{Q_{ij}} = 0,6\% + 0,16\% + 0,2\% + 1,03\% \approx 2\% \quad (2.4- 10)$$

2. 4. 6. Exemple de mesures

Le graphique de la figure 2.4-3 présente un exemple de résultats de mesures de débits volumiques. Les points sont entourés de leur barre d'incertitude. Les débits globaux mesurés sont également tracés.

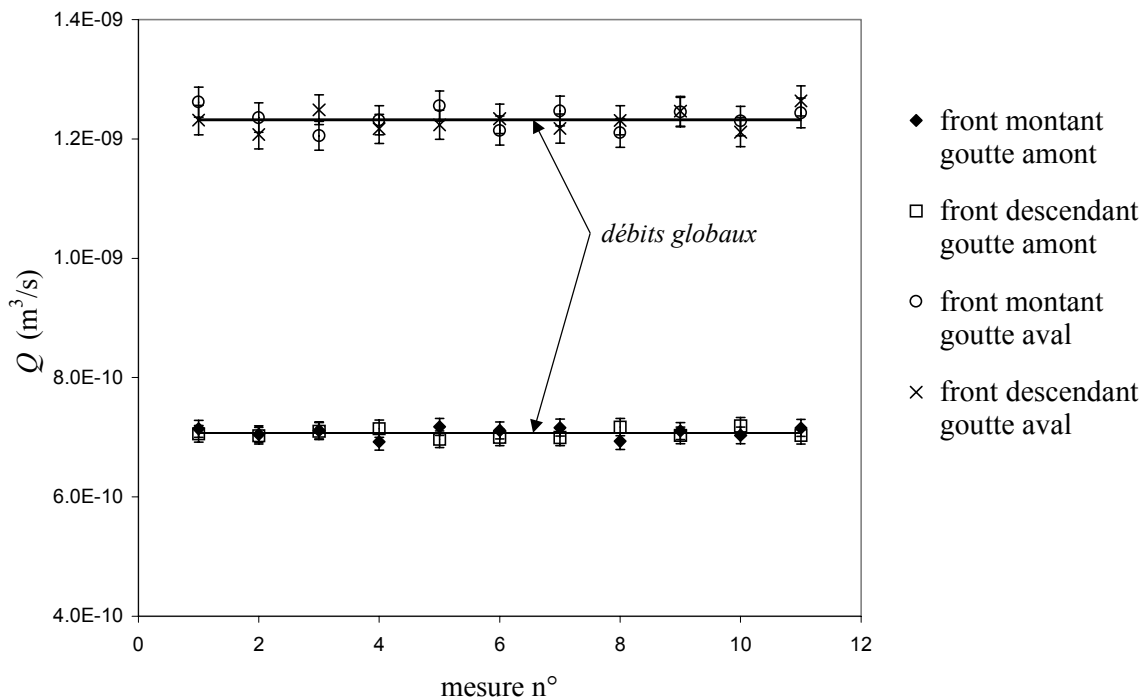


Figure 2.4-3 : exemple de résultats de mesures de débits volumiques

Les points relatifs aux couples de capteurs adjacents présentent de façon répétitive un écart type équivalent à 1 % environ de la valeur moyenne.

2. 5. CALCUL DE DEBITS MASSIQUES

Le principe de la mesure permet d'accéder directement à un débit volumique, égal au volume déplacé par la goutte considérée par unité de temps. De part et d'autre du microsystème, le débit volumique n'est pas conservé. Les débits massiques calculés à partir des mesures amont et aval peuvent être comparés à condition que les deux mesures soient simultanées.

La figure 2.5-1 représente les différents volumes de gaz de chaque côté du microsystème et de part et d'autre des gouttes, à un instant donné.

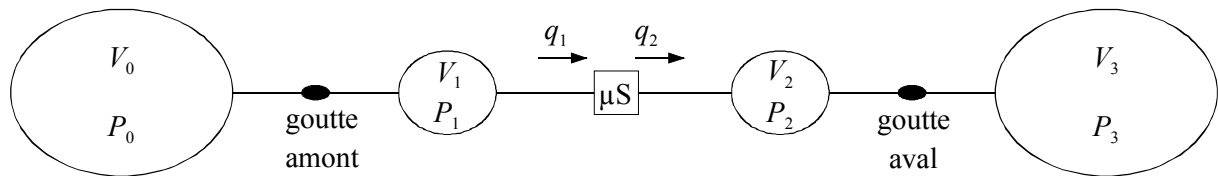


Figure 2.5-1 : variables pour le calcul du débit massique

Le volume V_0 comprend le réservoir amont et la connectique jusqu'à la goutte amont. Le volume V_3 comprend le réservoir aval et la connectique depuis la goutte aval. Les volumes V_1 et V_2 sont compris entre les gouttes et le microsystème μS . On note q_1 et q_2 les débits massiques calculés à partir des mesures amont et aval, qui s'expriment par

$$q_1 = -\frac{P_{1i}}{rT} \frac{\Delta V_1}{\Delta t_1} - \frac{V_{1i} + \Delta V_1}{rT} \frac{\Delta P_1}{\Delta t_1} \quad (2.5-1)$$

$$q_2 = \frac{P_{2i}}{rT} \frac{\Delta V_2}{\Delta t_2} + \frac{V_{2i} + \Delta V_2}{rT} \frac{\Delta P_2}{\Delta t_2} \quad (2.5-2)$$

en supposant le gaz parfait de constante r et l'évolution isotherme à température T . L'état initial est repéré par un indice i . Dans l'équation (2.5-1), ΔV_1 et ΔP_1 représentent les variations de volume et de pression entre la goutte amont et le microsystème pendant le durée Δt_1 de l'acquisition.

Les variables T , P_{1i} , P_{2i} , ΔV_1 , ΔV_2 , Δt_1 , Δt_2 sont directement mesurables. V_{1i} et V_{2i} sont déterminés expérimentalement. ΔP_1 et ΔP_2 ne sont pas mesurables avec précision, on peut

toutefois les évaluer correctement à partir de ΔP_0 et ΔP_3 . En effet, en ce qui concerne les sauts de pression δP_{01} et δP_{23} au passage des gouttes amont et aval, dues aux tensions superficielles et aux frottements à la paroi, nous avons constaté que leur valeur est quasiment constante lors de la mesure ($\delta P_{01} \approx \delta P_{23} \approx \delta P$ de l'ordre de 70 Pa pour une goutte d'eau déminéralisée).

$$P_{0i} = P_{1i} + \delta P$$

$$(P_{0i} + \Delta P_{0i}) = (P_{1i} + \Delta P_{1i}) + \delta P$$

d'où
$$\Delta P_{0i} = \Delta P_{1i} \quad (2.5- 3)$$

de même,
$$\Delta P_{3i} = \Delta P_{2i} \quad (2.5- 4)$$

$$\Delta P_0 = -P_{0i} \frac{\Delta V_0}{V_{0i} + \Delta V_0} = P_{0i} \frac{\Delta V_1}{V_{0i} - \Delta V_1} \quad (2.5- 5)$$

$$\Delta P_3 = -P_{3i} \frac{\Delta V_3}{V_{3i} + \Delta V_3} = P_{3i} \frac{\Delta V_2}{V_{3i} - \Delta V_2} \quad (2.5- 6)$$

$$\Delta P_1 \approx \Delta P_0 = (P_{1i} + \delta P) \frac{\Delta V_1}{V_{0i} - \Delta V_1} \quad (2.5- 7)$$

$$\Delta P_2 \approx \Delta P_3 = (P_{2i} - \delta P) \frac{\Delta V_2}{V_{3i} - \Delta V_2} \quad (2.5- 8)$$

Les volumes V_{0i} et V_{3i} ont été déterminés par pesée d'eau (480 cm³ et 489 cm³).

Les débits massiques s'écrivent alors :

$$q_1 = \frac{Q_1}{rT} \cdot \left\{ P_{1i} + (P_{1i} + \delta P) \frac{V_{1i} + \Delta V_1}{V_{0i} - \Delta V_1} \right\} \quad (2.5- 9)$$

$$q_2 = \frac{Q_2}{rT} \cdot \left\{ P_{2i} + (P_{2i} - \delta P) \frac{V_{2i} + \Delta V_2}{V_{3i} - \Delta V_2} \right\} \quad (2.5- 10)$$

Q_1 et Q_2 étant les débits volumiques mesurés par les capteurs optiques en amont et en aval du microsystème.

Détermination des volumes V_{1i} et V_{2i} :

Ces volumes ont été déterminés de manière expérimentale par une méthode de compression isotherme. Pour cette expérience, l'écoulement est stoppé au niveau du microsystème (microtube bouché). La goutte est amenée au niveau du dernier capteur optoélectronique de la première pipette. La vanne de by-pass est ensuite fermée. Le système est alors comprimé lentement. La masse de gaz m_1 restant constante, la variation du volume V_1 est proportionnelle à la variation de pression. Les pressions sont mesurées au niveau des capteurs situés aux extrémités, pour lesquels le déplacement de la goutte correspond à une variation de $0,55 \text{ cm}^3$. La même expérience est menée pour le second système.

Les mesures donnent $V_{1i} = 9,0 \text{ cm}^3$ et $V_{2i} = 8,45 \text{ cm}^3$ quelle que soit la partie de circuit considérée comme amont ou aval (le circuit est symétrique).

L'intérêt de la double mesure de débit est évident puisque les deux débits massiques calculés peuvent alors être comparés. Il sera difficile de trouver exactement la même valeur pour les deux calculs, puisque chacune présentera une incertitude permettant de s'écarter de la valeur exacte. On pourra valider un essai lorsque les plages d'incertitudes des deux points de mesure ont une intersection non nulle.

Il faut cependant tenir compte de l'influence de certains paramètres qui peuvent venir fausser le calcul de débit massique. Notre attention se portera précisément sur la constante du gaz r qui peut varier en fonction de l'humidité du gaz (présence des gouttes d'eau), ainsi que sur la condition d'écoulement isotherme.

2. 5. 1. Influence de l'humidité du gaz sur le débit massique

La présence des gouttes d'eau est susceptible d'humidifier le gaz d'étude. Les propriétés physiques du gaz en sont alors modifiées. En effet, l'apport de molécules d'eau dans le gaz « propre » entraîne un changement de masse molaire et par conséquent de la constante spécifique du gaz. Nous remarquerons que l'humidité du gaz a peu d'influence sur la constante r si la pression n'est pas trop faible.

Supposons un gaz parfait mis en contact avec une surface libre d'eau. L'évaporation n'est fonction que de la température. La quantité d'eau dans un volume V de mélange (gaz + vapeur d'eau) est proportionnelle à la pression partielle de vapeur d'eau.

$$m_{vap} = \frac{p_{vap} V}{r_{vap} T} \quad (2.5- 11)$$

où p_{vap} et r_{vap} sont la pression partielle et la constante spécifique de vapeur d'eau, V et T le volume et la température du gaz.

La pression partielle p_{vap} est proportionnelle à $p_{vap\,sat,T}$, pression de vapeur saturante de l'eau à la température T , et au taux d'humidité ψ ($0 < \psi < 1$) qui augmente avec le temps.

$$p_{vap} = \psi p_{vap\,sat,T} \quad (2.5- 12)$$

La pression de vapeur saturante de l'eau est indiquée dans des abaques en fonction de la température. Quelques points tirés de ces abaques permettent d'établir une courbe de régression dans le domaine de température qui nous intéresse. Nous obtenons de 5 à 45 °C :

$$p_{vap\,sat,T} = \exp\left(58,127 - \frac{6732,2}{T} - 4,8225 \ln(T)\right) \quad (2.5- 13)$$

La masse molaire du mélange s'écrit :

$$M_{mel} = \frac{m_{gaz} + m_{vap}}{\frac{m_{gaz}}{M_{gaz}} + \frac{m_{vap}}{M_{vap}}} \quad (2.5- 14)$$

où m_{gaz} et m_{vap} sont les masses de gaz parfait et de vapeur d'eau dans le volume V de mélange, et M_{gaz} et M_{vap} sont leur masses molaires respectives. De plus,

$$m_{gaz} = \frac{P_{gaz} V}{r_{gaz} T} = \frac{(P_{tot} - p_{vap}) V}{r_{gaz} T} \quad (2.5- 15)$$

avec P_{tot} la pression totale du mélange et r_{gaz} la constante spécifique du gaz parfait sec.

D'où la masse molaire du mélange :

$$M_{mel} = \frac{\frac{P_{tot} - p_{vap}}{r_{gaz}} + \frac{p_{vap}}{r_{vap}}}{\frac{P_{tot} - p_{vap}}{r_{gaz} M_{gaz}} + \frac{p_{vap}}{r_{vap} M_{vap}}} \quad (2.5- 16)$$

Et la constante spécifique du mélange :

$$r_{mel} = \frac{R}{M_{mel}} \quad (2.5- 17)$$

avec $R = 8,314 \text{ J/kg/K}$.

En résumé, la constante spécifique du gaz humide est fonction de la température, de la pression totale et du taux d'humidité. Les figures 2.5-2 et 2.5-3 présentent les valeurs de r de l'azote et l'hélium à 20°C , pour différents taux d'humidité et en fonction de la pression totale. On remarque bien que l'influence est d'autant plus grande que la pression est faible.

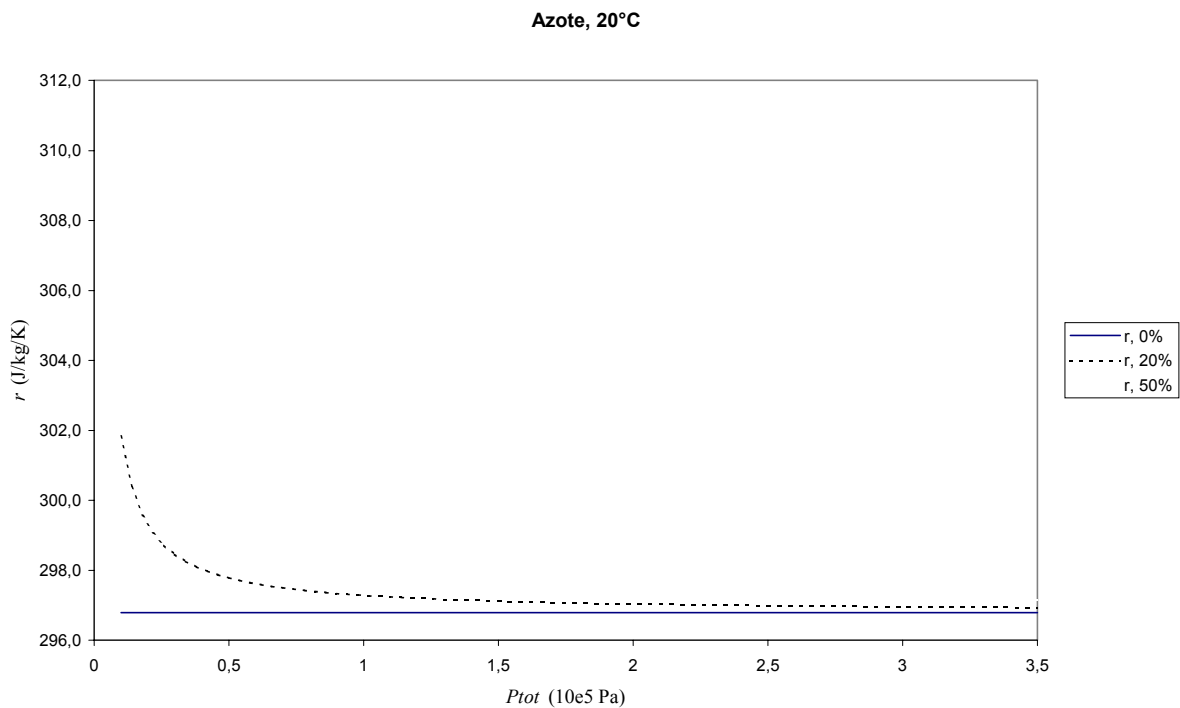


Figure 2.5- 2 : influence de l'humidité sur la constante spécifique de l'azote ($\psi = 0 \%$; 20% ; 50%)

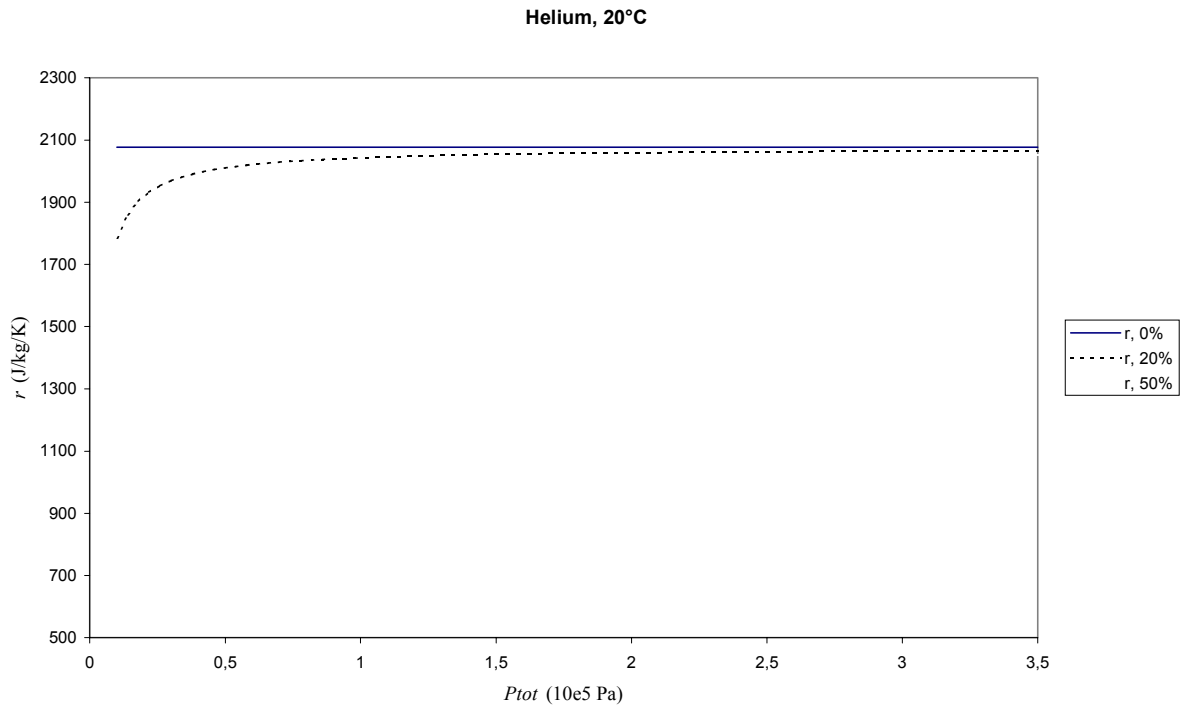


Figure 2.5- 3 : influence de l'humidité sur la constante spécifique de l'hélium ($\psi = 0 \%$; 20% ; 50%)

Nous ne disposons pas de capteurs d'humidité. Nous pouvons cependant observer quelques fines gouttelettes de buée sur les pipettes lorsque le gaz et les gouttes sont restées dans les lignes depuis longtemps. Dans ce cas, nous renouvelons le gaz. Le calcul de débit massique pour chaque ligne peut être effectué avec une humidité « estimée » de 20 %, et nous prenons en compte une erreur commise sur cette valeur pour le calcul d'incertitudes.

Soit $\Delta r = |r_{20\%} - r_{0\%}|$. Cet écart exprimé en fonction de la pression totale donne :

$$\Delta r_{\text{azote}} = \frac{51240}{P_{\text{tot}}} \quad \Delta r_{\text{air}} = \frac{52607}{P_{\text{tot}}} \quad \Delta r_{\text{hélium}} \approx \frac{3.10^6}{P_{\text{tot}}} \quad (2.5- 18)$$

L'incertitude sur r sera donc fonction de la pression totale.

2. 5. 2. Incertitudes sur le débit massique

L'incertitude totale sur les débits massiques est calculée à partir des équations (2.5- 9) et (2.5- 10) :

$$\begin{aligned} \Delta q_1 &= \frac{P_{1i} Q_1}{rT} \left(\frac{\Delta P_{1i}}{P_{1i}} + \frac{\Delta r}{r} + \frac{\Delta T}{T} + \frac{\Delta Q_1}{Q_1} \right) \\ &+ \frac{P_{1i} + \delta P}{rT} \frac{V_{1f}}{V_{0f}} Q_1 \left(\frac{\Delta r}{r} + \frac{\Delta T}{T} + \frac{\Delta Q_1}{Q_1} + \frac{\Delta V_{1f}}{V_{1f}} + \frac{\Delta V_{0f}}{V_{0f}} \right) \\ &+ \frac{1}{rT} \frac{V_{1f}}{V_{0f}} Q_1 (\Delta P_{1i} + \Delta(\delta P)) \end{aligned} \quad (2.5- 19)$$

$$\begin{aligned} \Delta q_2 &= \frac{P_{2i} Q_2}{rT} \left(\frac{\Delta P_{2i}}{P_{2i}} + \frac{\Delta r}{r} + \frac{\Delta T}{T} + \frac{\Delta Q_2}{Q_2} \right) \\ &+ \frac{P_{2i} - \delta P}{rT} \frac{V_{2f}}{V_{3f}} Q_2 \left(\frac{\Delta r}{r} + \frac{\Delta T}{T} + \frac{\Delta Q_2}{Q_2} + \frac{\Delta V_{2f}}{V_{2f}} + \frac{\Delta V_{3f}}{V_{3f}} \right) \\ &+ \frac{1}{rT} \frac{V_{2f}}{V_{3f}} Q_2 (\Delta P_{2i} + \Delta(\delta P)) \end{aligned} \quad (2.5- 20)$$

Toutes les variables et leurs incertitudes ont été exprimées en détails dans les paragraphes précédents, à l'exception de $\Delta(\delta P)$ qui est estimée à 20 Pa.

Le tableau suivant présente quelques valeurs d'incertitudes sur les débits massiques, dans le cas où les lignes sont équipées de capteurs de pression 0-3,5.10⁵ Pa (1) et 0-7.10⁵ Pa (2) :

P_A ou P_B	5.10 ⁴ Pa	1.10 ⁵ Pa	1,7.10 ⁵ Pa	3,5.10 ⁵ Pa
$\frac{\Delta q}{q}$ capteur (1)	3,6 %	2,4 %	2,3 %	2,3 %
$\frac{\Delta q}{q}$ capteur (2)	4,5 %	2,7 %	2,4 %	2,3 %

Le graphique suivant présente un histogramme où l'incertitude sur le débit massique est tracée en fonction de la pression (Fig. 2.5- 4). Pour une pression donnée, on peut observer l'importance de l'incertitude relative à chaque variable sur l'incertitude totale.

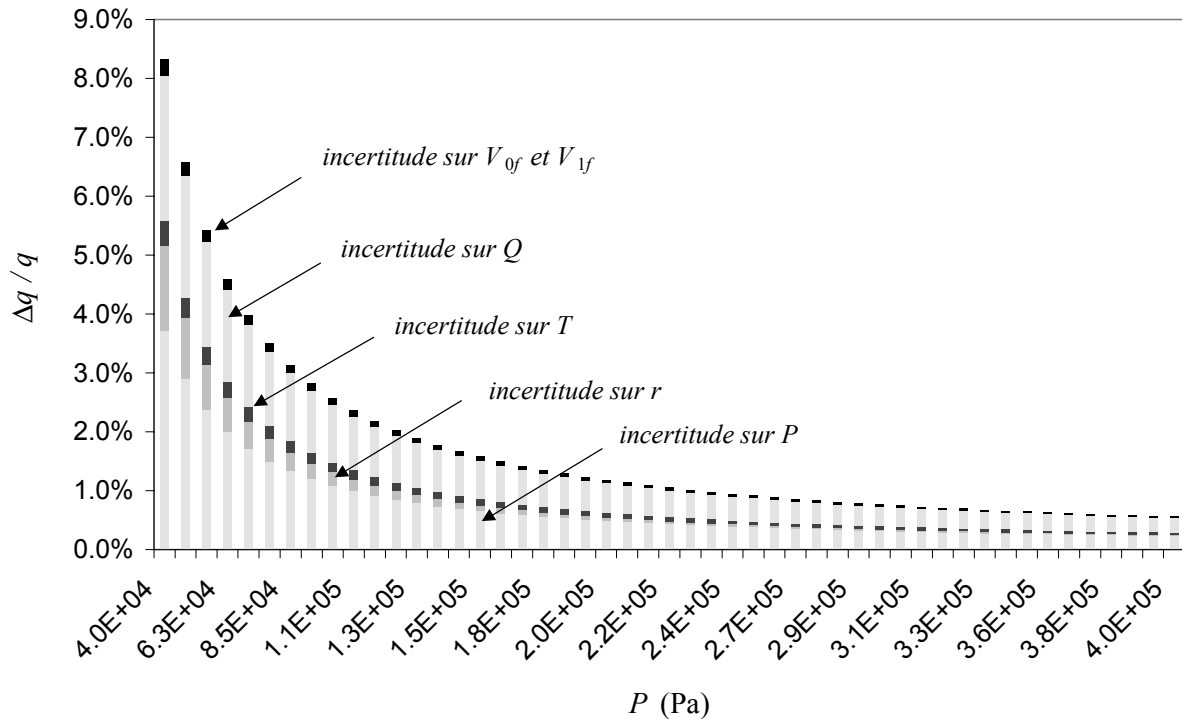


Figure 2.5- 4 : histogramme des valeurs cumulées d'incertitudes, cas de l'azote où $Q = 5.10^{-10} \text{ m}^3/\text{s}$ avec un capteur de pression $0-7.10^5 \text{ Pa}$.

Ces valeurs sont données pour de l'azote avec un débit de $5.10^{-10} \text{ m}^3/\text{s}$ et des incertitudes relatives à un capteur de pression $0-7.10^5 \text{ Pa}$. Pour un écoulement d'hélium, l'incertitude relative à la constante r devient importante à faible pression.

2. 6. PREMIERS ESSAIS, MISE EN EVIDENCE DES DIFFICULTES DE MESURE

Les premiers essais effectués sont relatifs à des écoulements d'air dans des microtubes circulaires en silice fondue, de diamètre $D = 52,8 \mu\text{m}$, de longueur $L = 100,13 \text{ mm}$. Les figures 2.6- 1 à 2.6- 2 présentent les débits mesurés à l'amont (q_1) et à l'aval (q_2) du microtube, pour des pressions aval P_2 fixées respectivement à $1,69.10^5 \text{ Pa}$, $1,026.10^5 \text{ Pa}$ et

$0,501 \cdot 10^5$ Pa. Pour tous ces points, les écoulements ont été réalisés dans le même sens, c'est-à-dire du réservoir A vers le réservoir B. Quelques points ont été vérifiés dans l'autre sens d'écoulement, donnant des résultats équivalents. Sur ces graphes sont également représentées les courbes théoriques correspondant à un écoulement compressible visqueux et isotherme, avec des conditions aux limites de non-glissement aux parois, les nombres de Knudsen étant ici suffisamment faibles. L'expression du débit théorique est (Comolet (1976)) :

$$q_{théo} = \frac{\pi D^4 P_2^2}{256 \mu r L T} \left(\left(\frac{P_1}{P_2} \right)^2 - 1 \right). \quad (2.5- 21)$$

Les deux courbes théoriques de chaque graphique tracées en pointillés délimitent le domaine d'incertitude lié à l'incertitude sur le diamètre du microtube.

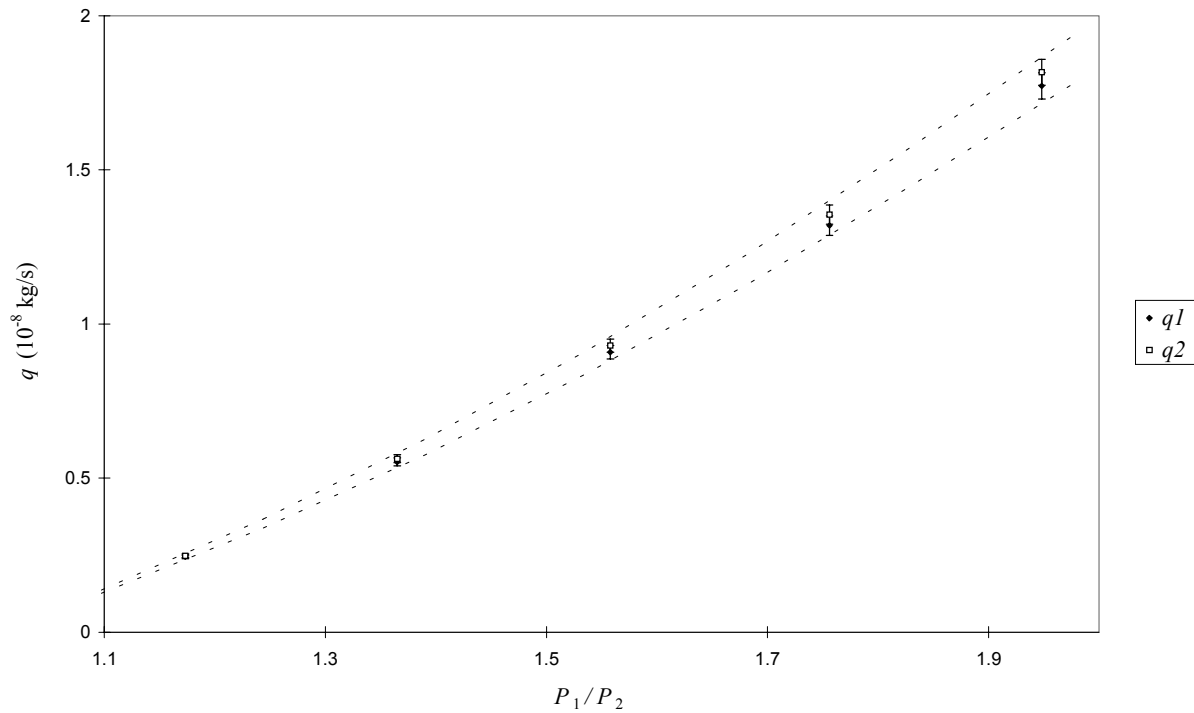


Figure 2.6- 1 : débits massiques à l'amont (q_1) et à l'aval (q_2) d'un microtube de diamètre $D = 52,8 \mu\text{m}$, de longueur $L = 100,13 \text{ mm}$, avec $P_2 = 1,026 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

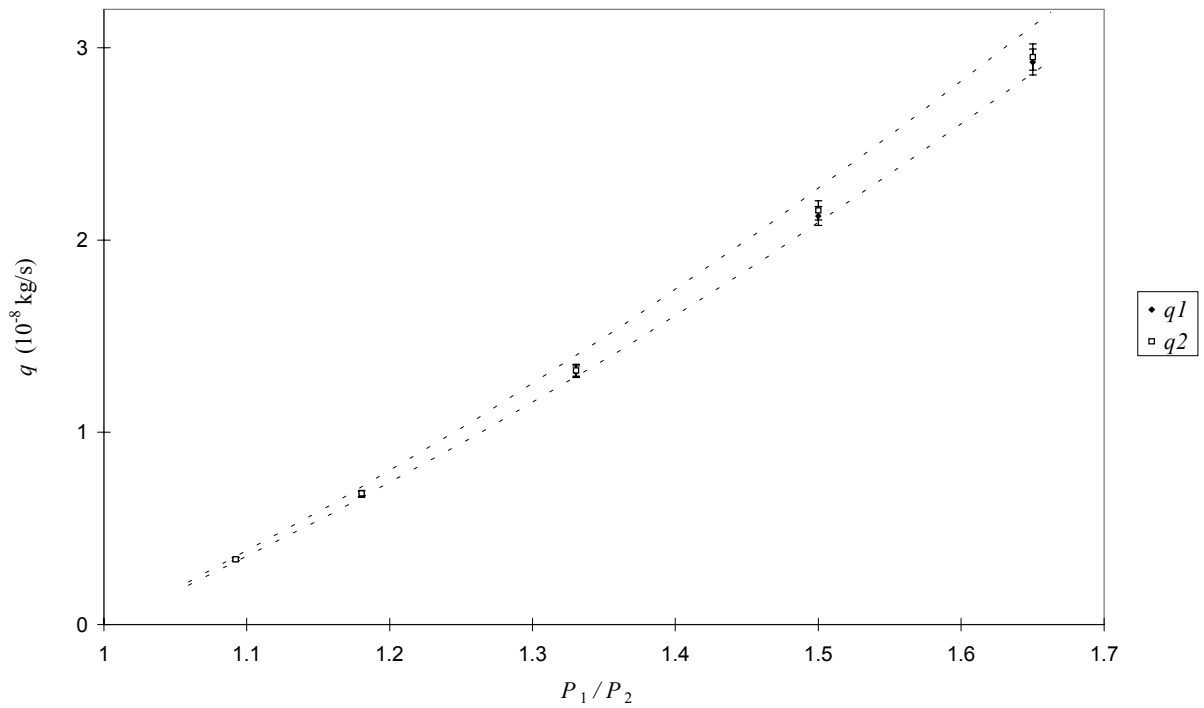


Figure 2.6- 2 : débits massiques à l'amont (q_1) et à l'aval (q_2) d'un microtube de diamètre $D = 52,8 \mu\text{m}$, de longueur $L = 100,13 \text{ mm}$, avec $P_2 = 1,69 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

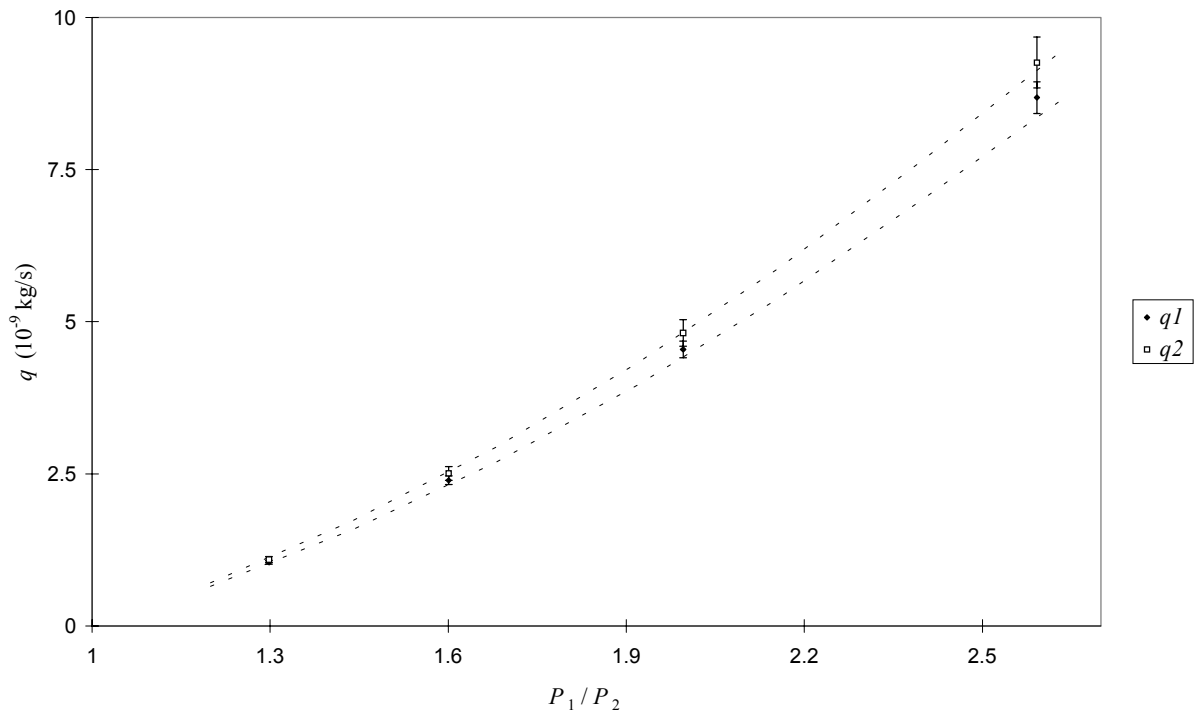


Figure 2.6- 3 : débits massiques à l'amont (q_1) et à l'aval (q_2) d'un microtube de diamètre $D = 52,8 \mu\text{m}$, de longueur $L = 100,13 \text{ mm}$, avec $P_2 = 0,501 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

Sur les trois graphiques, les points de mesures sont cohérents avec la théorie. Nous remarquons que les valeurs aval sont systématiquement supérieures aux valeurs amont, ceci étant vérifié sur l'ensemble des mesures effectuées. Les écarts entre débits expérimentaux amont et aval sont compatibles avec les incertitudes calculées uniquement dans les deux premiers cas. Pour des essais à basse pression ($P_2 = 50,1 \text{ kPa}$), les écarts deviennent plus importants (Fig. 2.6- 3). Il est intéressant de noter que ces écarts sont identiques quel que soit le sens d'écoulement.

Au-delà des incertitudes de mesures, l'existence de fuites entre la première goutte et la seconde peut donner une explication à ces écarts variables. Il est en effet possible qu'un mauvais collage au niveau du microsysteme soit responsable de fuites ou bien que la connexion entre les minivannes et les tubes flexibles de raccordement soit mal faite. Imaginons de telles fuites (voir la représentation sur la figure 2.6- 4). Les graphiques précédents permettent de comparer les débits mesurés q_1 et q_2 alors que l'intérêt est de comparer les débits q'_1 et q'_2 passant réellement dans le microsysteme.

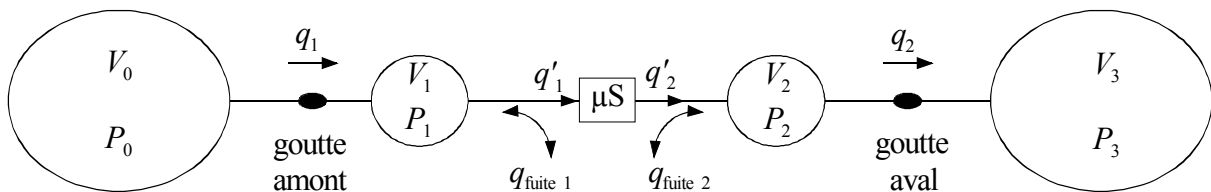


Figure 2.6- 4 : représentation des débits mesurés (q), débits de fuites (q_{fuite}) et débits traversant le microsysteme (q')

Cas 1 : $P_2 = 1,026 \cdot 10^5 \text{ Pa} \approx P_{\text{atm}}$ (Fig. 2.6- 1)

Les pressions P_2 et P_{atm} sont égales, il n'y a pas de débit de fuite à l'aval du microsysteme. Donc $q_2 = q'_2$. La pression P_1 est supérieure à P_{atm} , occasionnant des débits de fuites à l'amont du microsysteme. Ces débits de fuites viennent s'ajouter aux débits passant dans le microsysteme ($q_1 = q'_1 + q_{\text{fuite1}}$). Le débit mesuré à l'amont surestime légèrement le débit passant dans le microsysteme. Pour vérifier la conservation du débit massique, les valeurs de la courbe q_1 devraient donc être diminuées. On peut penser que cette diminution peut être réalisée tant que les barres d'incertitudes des points de mesure se croisent.

Cas 2 : $P_2 = 1,69.10^5 \text{ Pa} > P_{\text{atm}}$ (Fig. 2.6- 2)

Le débit total sortant du microsystème sera partagé entre le débit de fuite et le débit mesuré ($q'_2 = q_2 + q_{\text{fuite}2}$). Le débit aval mesuré va donc sous-estimer le débit passant dans le microsystème. Il semble en effet que les points de la courbe q_2 de la figure 2.6-1 se soient rapprochés de la limite inférieure théorique par rapport au premier cas. Les débits amont vont être surestimés comme dans le premier cas. Pour comparer les débits passant dans le microsystème, les deux courbes doivent donc être écartées, q_2 vers le haut et q_1 vers le bas. Les corrections amenées à ces courbes permettent de se rapprocher des positions relatives du premier cas par rapport aux courbes théoriques (dont la courbe q_1 est également corrigée). La conservation du débit massique peut toujours être respectée.

Cas 3 : $P_2 = 50,1 \text{ kPa} < P_{\text{atm}}$ (Fig. 2.6- 3)

Avec une pression aval inférieure à la pression atmosphérique, de l'air peut s'introduire par la fuite dans le système de mesure. Le débit mesuré est donc la somme du débit passant dans le microsystème et du débit de fuite ($q_2 = q'_2 + q_{\text{fuite}2}$). Le débit aval est alors surestimé. La courbe q_2 est en effet proche de la limite théorique supérieure et quelquefois au-delà. A l'amont, la pression P_1 est inférieure ou supérieure à la pression atmosphérique suivant le rapport de pression. En-dessous de d'un rapport de 2, le débit amont est sous-estimé, il est surestimé au-dessus de 2. Pour vérifier la conservation du débit massique, il faut diminuer les valeurs de q_2 et diminuer la « pente » de la courbe q_1 autour du rapport de pression 2. Encore une fois, les positions relatives des courbes corrigées par rapport aux courbes théoriques peuvent être semblables aux deux premiers cas.

Dans les trois cas, les corrections que l'on peut amener sur les points de mesure permettent a priori de ramener toutes les courbes à des positions relatives constantes par rapport aux données théoriques. Les écarts systématiques entre amont et aval proviennent de toute évidence de décalages entre les valeurs utilisées pour le calcul du débit massique et leurs valeurs réelles. Les valeurs utilisées sont des données fabriquant (volumes des pipettes...), des mesures dépendantes des étalonnages et de la précision des chaînes de mesure, des paramètres déduits d'expériences... Il n'est pas simple de corriger ces écarts en jouant sur les étalonnages ou le réglage des paramètres.

La caractérisation du microsysteme reste tout à fait satisfaisante et précise s'il est possible de vérifier la conservation du débit massique grâce à la double mesure. Une valeur moyenne des deux caractéristiques semble alors être un bon compromis.

Les résultats expérimentaux sont influencés par la présence de fuites éventuelles au niveau de la connexion du microsysteme. Une série de tests a été mise en œuvre pour contrôler la présence ou l'absence de fuites, indépendantes du microsysteme et de ses connexions, présentant un caractère systématique. Le paragraphe suivant décrit les tests effectués. De très faibles fuites ont été détectées dans les deux lignes de mesure. Ces tests ont également permis de mettre en évidence des phénomènes transitoires venant perturber les mesures. Ces phénomènes sont liés à un temps d'établissement de l'équilibre thermique entre le gaz et les lignes de mesure.

2. 7. CARACTERISATION DE « DEBITS PARASITES » : FUITES ET PHENOMENES TRANSITOIRES

2. 7. 1. Etanchéité des lignes de mesures

Afin de tester l'étanchéité du banc d'essai, nous avons éprouvé en pression les deux lignes de mesures indépendamment l'une de l'autre. Pour cela, les deux minivannes Omnifit® ont été obturées par des tiges métalliques. Après la mise en pression des lignes de mesures, nous avons attendu que la température au niveau des réservoirs soit revenue à sa valeur initiale pour lancer les gouttes et mesurer les débits volumiques. La figure 2.7- 1 schématise le procédé de mesure.

Durant tous les tests, la température de l'enceinte a été maintenue à 21,2 °C. Des débits de fuites ont été observés dans les deux lignes de mesure. Les débits sont certes très faibles mais ils peuvent induire des erreurs non négligeables lorsque le banc est utilisé pour caractériser les plus faibles débits. En premier lieu, nous avons tenté d'éliminer ces fuites en remplaçant des raccords et des joints sur les lignes. Malgré des essais longs et répétés, cette tentative ne fut pas probante. Ainsi, il est ressorti de cette série de manipulations que les

minivannes de connexion Omnifit® sont manifestement responsables en grande partie des fuites parasites.

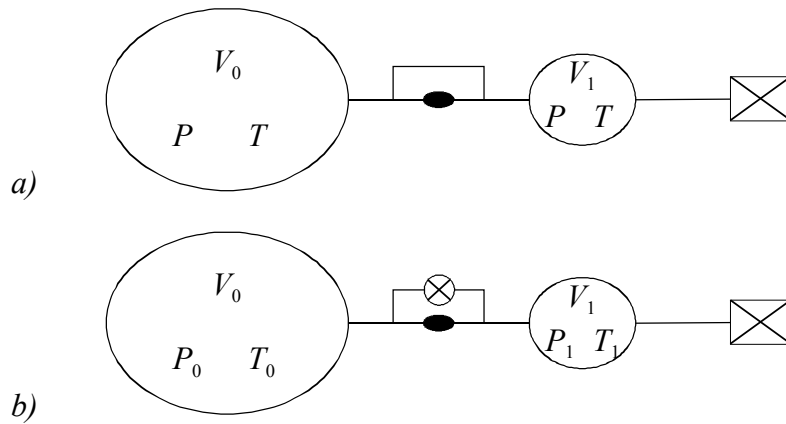


Figure 2.7- 1 : a) mise en pression, vanne de by-pass ouverte, la température du gaz est augmentée. b) la température dans le volume V_0 est revenue à son niveau initial T_0 , la vanne est fermée, le débit est mesuré.

Le corps et le boisseau des minivannes sont usinées dans le Téflon (Fig. 2.7- 2). Le boisseau est inséré en force dans le corps pour assurer l'étanchéité. Il est possible que le gaz puisse s'échapper entre le boisseau et le corps. De plus, le joint torique s'appuie sur le corps de vanne, dont la surface d'appui n'est peut-être pas idéalement lisse. Le gaz peut également s'échapper à ce niveau.

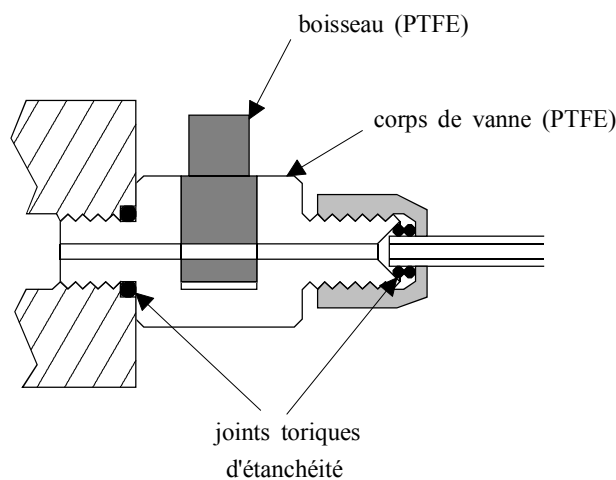


Figure 2.7- 2 : schéma en coupe de la minivanne de connexion

Nous avons donc pris le parti d'effectuer nos mesures avec ces fuites parasites (qui restent très faibles). Une série de tests a donc été nécessaire pour les quantifier dans les conditions les plus proches des conditions de caractérisation de microsystèmes.

2. 7. 1. 1. *Étanchéité à l'air ou l'azote*

Les tests d'étanchéité ont été dans un premier temps effectués à 2.10^5 , $2,7.10^5$ et $3,5.10^5$ Pa avec de l'air. Les différentes séries du graphique de la figure 2.7- 3 présentent les débits volumiques mesurés au cours du temps pour chaque pression dans la ligne A. Le sens de déplacement de la goutte indique que la fuite se situe entre la goutte et la tige métallique. Le temps nécessaire à l'obtention des résultats de chaque série de test est d'au moins une semaine.

Lors de chaque test, on observe en premier lieu un régime transitoire et ensuite un régime permanent. On ne peut pas expliquer le régime transitoire par un phénomène de relaxation des matériaux constituant les lignes, les variations de volume correspondantes seraient bien trop importantes. Le régime permanent observé est en toute logique caractéristique de la fuite, et le régime transitoire est vraisemblablement lié à des phénomènes de stabilité thermique entre le gaz et son contenant.

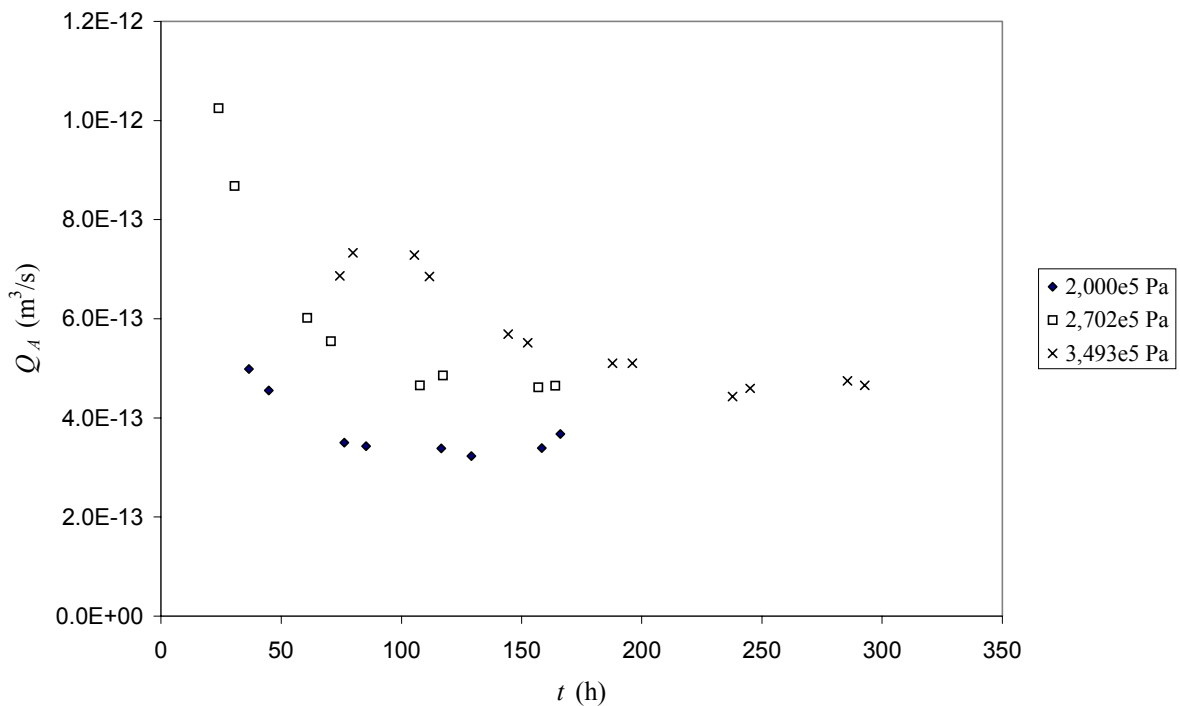


Figure 2.7- 3 : débits transitoires et permanents obtenus lors de tests d'étanchéité de la ligne A avec de l'air.

Le cas *b*) de la figure 2.7- 1 montre le cas où les volumes V_0 et V_1 ont été isolés pour la mesure quand la sonde de température indiquait T_0 . Il est cependant plausible que la température n'ait pas encore atteint un état d'équilibre dans tout le système. La surface d'échange thermique entre les parois et le gaz par unité de volume de gaz est beaucoup plus grande pour le volume V_1 . Celui-ci se mettra donc plus rapidement à la température extérieure, sa température diminuera plus vite. Par conséquent, sa pression diminuera également plus vite, ce qui crée une différence de pression entre les deux volumes suffisante pour mettre en mouvement la goutte de mesure. Ces phénomènes transitoires provoquent un déplacement de la goutte dans le même sens que le déplacement provoqué uniquement par la fuite (régime permanent). Ils peuvent donc être en partie responsables des écarts de mesures observés lors des premiers essais (cf. §2.6.)

La fuite peut être caractérisée comme un écoulement à travers un orifice ou un tube. On peut lui attribuer un diamètre équivalent D_{eq} et une longueur équivalente L_{eq} tels que :

$$q_{fuite} = \frac{\pi D_{eq}^4}{256 \mu r L_{eq} T} (P_A^2 - P_{atm}^2) \quad (2.7- 1)$$

ou

$$q_{fuite} = K (P_A^2 - P_{atm}^2)$$

et K une constante. Le graphique de la figure 2.7- 4 permet de déterminer cette constante.

Les trois courbes se stabilisent autour de $2,5 \cdot 10^{-23}$, qui semble être une valeur approximative de K pour la ligne A lorsque la pression du gaz y est supérieure à la pression atmosphérique.

On observe, à partir de ce dernier graphique, que le régime transitoire peut également être quantifié. Les trois courbes présentent en effet une même tendance. Il sera toutefois difficile de proposer une valeur précise du débit transitoire pour des caractérisations ultérieures de microsystèmes puisque les conditions opératoires pourront être différentes. Les conditions opératoires des tests ultérieurs tiendront compte des débits mis en jeu (cas des très faibles débits) afin de diminuer l'influence du débit transitoire sur le débit global. Dans la majorité des cas, les mesures s'effectueront dans les premières heures suivant la mise en pression. Dans ces conditions, le débit transitoire peut être calculé approximativement. Une régression polynomiale de ces courbes donne un débit transitoire réduit de $7,6 \cdot 10^{-23}$ à $2,5 \cdot 10^{-23}$ kg/sPa² depuis le début des tests jusqu'aux régimes permanents. La valeur $7,6 \cdot 10^{-23}$ sera prise en compte dans la plupart des calculs. Le débit « parasite » correspondant à une pression de $2 \cdot 10^5$ Pa à l'intérieur du système A sera alors de $2,2 \cdot 10^{-12}$ kg/s.

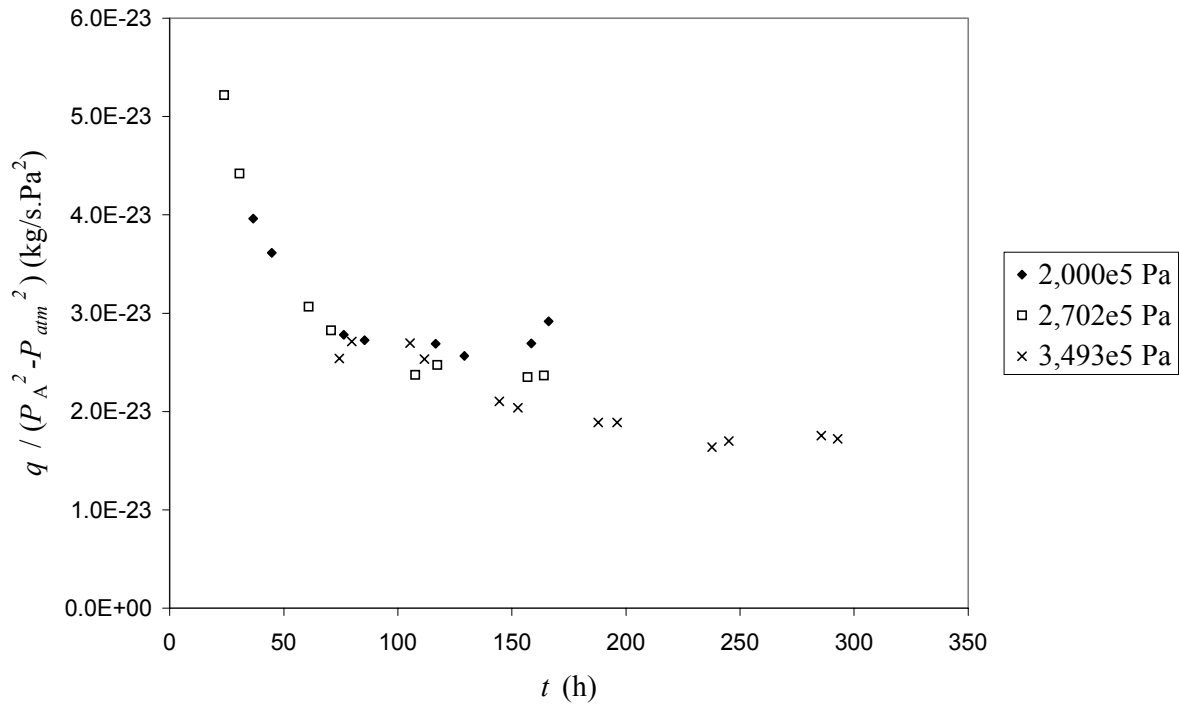


Figure 2.7- 4 : débits réduits, tests d'étanchéité de la ligne A avec de l'air.

Des essais supplémentaires ont été effectués pour caractériser les débits parasites lorsque le système est en dépression par rapport à la pression atmosphérique. La figure 2.7- 5 présente les débits mesurés avec de l'air à $3,09 \cdot 10^4$ et $6,55 \cdot 10^4$ Pa. Il faut noter qu'en dépression, les gouttes se déplacent logiquement dans le sens inverse.

On observe sur ce graphique une différence importante entre les deux courbes. Le mode opératoire de ces tests est similaire, mais les débits réduits ne sont pas équivalents. Les débits sont beaucoup plus importants pour la pression la plus basse et ne sont pas négligeables quels que soient les débits mis en jeu. Il faut environ une semaine pour que le système atteigne son régime permanent. Cela crée une difficulté majeure pour les mesures à faible pression. A $6,55 \cdot 10^4$ Pa, la tendance n'est pas visible mais le débit diminue faiblement, avec des valeurs entre $6,5 \cdot 10^{-23}$ et $5,0 \cdot 10^{-23}$ kg/sPa². Ces valeurs sont du même ordre de grandeur que pour le système en pression. On peut supposer que les fuites sont différentes en pression et en dépression puisque les joints toriques peuvent se comporter de façon différente. Aussi le régime permanent de la courbe à pression la plus faible présente une valeur sensiblement supérieure, $1,3 \cdot 10^{-22}$ kg/sPa² au lieu de $5,0 \cdot 10^{-23}$ kg/sPa².

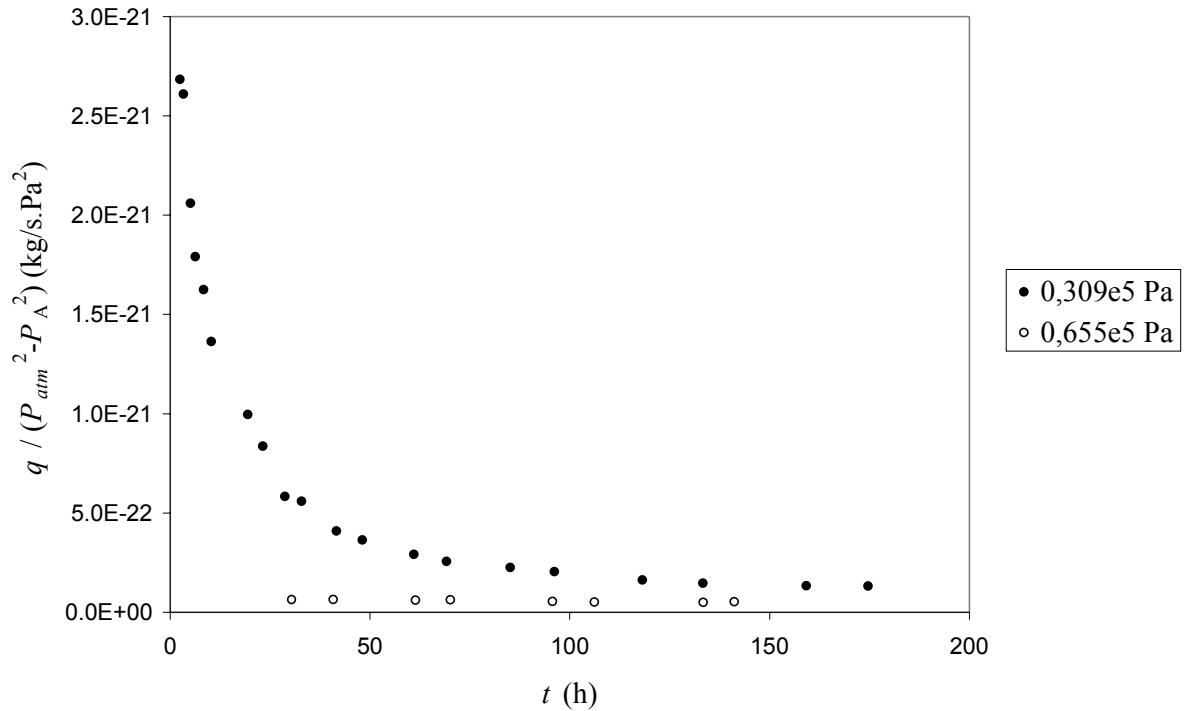


Figure 2.7- 5 : débits réduits, tests d'étanchéité de la ligne A en dépression avec de l'air.

Pour des mesures ultérieures à faible pression, nous attendrons une trentaine d'heures avant de lancer la mesure. Le débit réduit parasite sera alors inférieur à $5,0 \cdot 10^{-22}$ kg/sPa².

2. 7. 1. 2. Etanchéité à l'hélium

Une série de caractérisations de débits parasites à l'hélium a été réalisée dans des conditions opératoires similaires à l'air.

Au regard des figures 2.7- 3 et 2.7- 6, il apparaît que les comportements des gouttes en présence d'air et d'hélium sont différents. Contrairement aux courbes relatives à l'air, les courbes de la figure 2.7- 6 ne présentent presque pas de régime transitoire. On observe d'ailleurs des débits légèrement croissants en surpression. En dépression, les gouttes se déplacent dans l'autre sens au début de la mesure (comme pour l'air), puis leur sens de déplacement s'inverse.

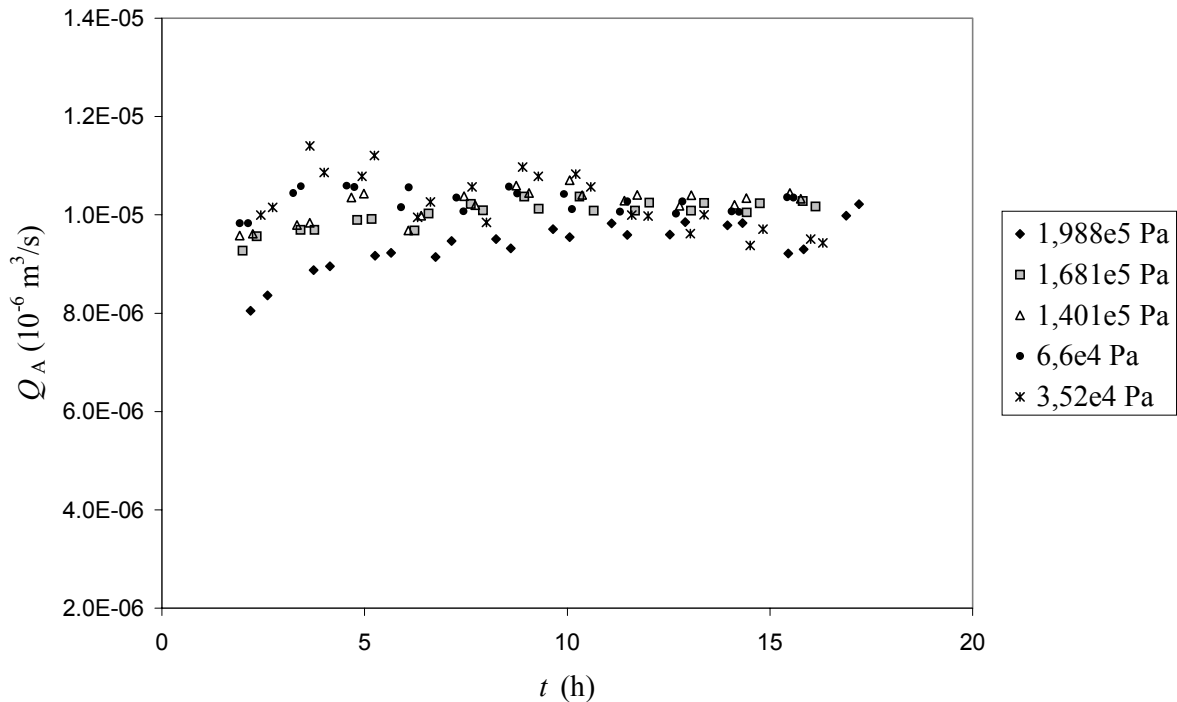


Figure 2.7- 6 : débits volumiques, tests d'étanchéité de la ligne A en surpression et en dépression avec de l'hélium.

Les points tracés sur le graphique correspondent aux débits mesurés lorsque le sens s'est inversé. Les gouttes se déplacent donc dans le même sens quelle que soit la pression. Ce phénomène est normal étant donné les pressions mises en jeu, une explication qualitative est proposée en annexe C. Un régime transitoire existe pour l'hélium, mais il apparaît de façon moins nette en raison d'un débit de fuite plus important qu'avec l'air.

Nous observons que les débits volumiques sont pratiquement identiques quelles que soient les pressions mises en jeu, contrairement à l'air. Les courbes de débits massiques réduits sont tracées dans le graphique de la figure 2.7- 7, et montrent qu'on ne peut pas modéliser les débits parasites de la même façon que pour l'air.

Les caractéristiques de débits parasites sont équivalentes pour les deux lignes de mesure, comme le montrent les graphiques dans l'annexe D. Afin de quantifier les débits parasites pour des mesures ultérieures, nous admettrons que le débit volumique mesuré doit être retranché ou ajouté de la quantité $1.10^{-11} \text{ m}^3/\text{s}$ lorsque le système est en surpression ou en dépression.

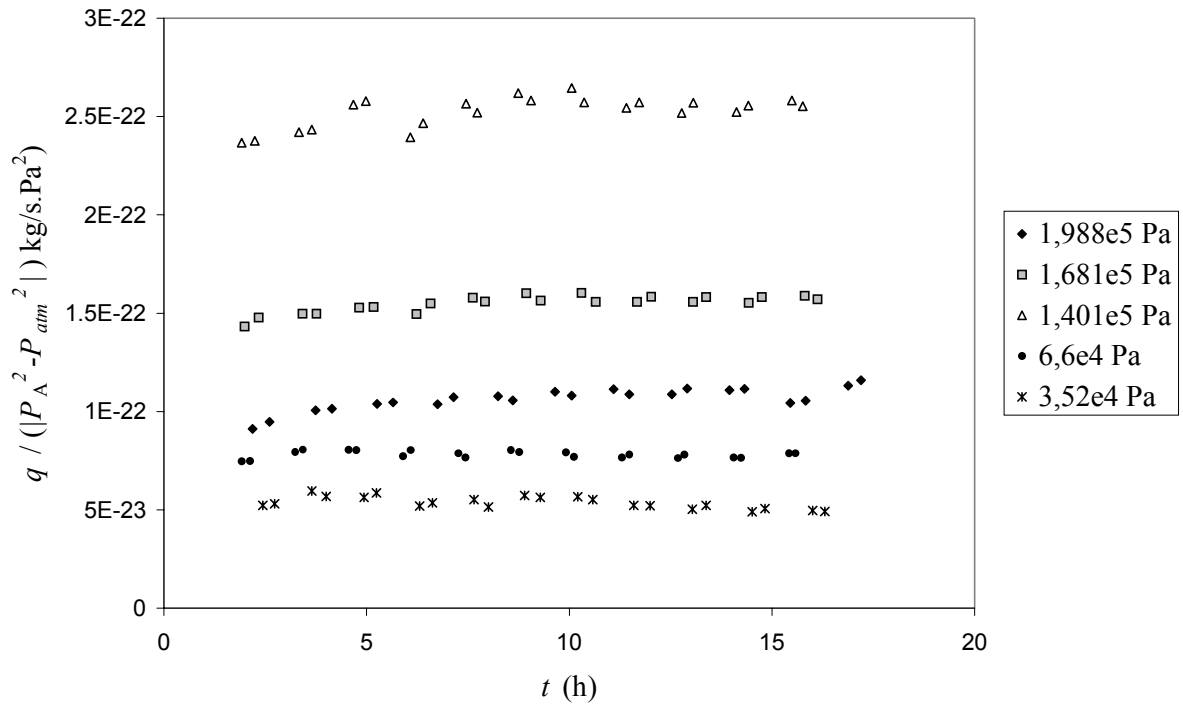


Figure 2.7- 7 : débits réduits, tests d'étanchéité de la ligne A en surpression avec de l'hélium.

2. 7. 1. 3. Ligne B

Les caractéristiques des débits parasites de la ligne B sont également présentées dans l'annexe D. Les deux lignes se comportent de la même façon, les valeurs de débits de fuites sont proches.

2. 7. 2. Influence des résidus gazeux

Le banc d'essai est capable de contenir toutes sortes de gaz. Il est possible que lors d'une mesure, le gaz étudié ne soit pas totalement « pur », c'est-à-dire qu'il soit mélangé avec des résidus de gaz d'essais précédents. La densité d'un mélange varie avec les proportions de chaque gaz. Le débit massique est fonction de la densité et son calcul peut donc être erroné si l'on considère le gaz comme « pur » alors qu'il ne l'est pas.

Dans notre banc d'essais, un changement de gaz s'effectue par des cycles successifs de vidange et de remplissage avec le gaz choisi. Cette méthode permet de diminuer au fur et à mesure le pourcentage de résidus et d'en contrôler la proportion, mais pas de les éliminer totalement. Une série de mesures sur une plaquette de microcanaux a permis de montrer l'influence du pourcentage d'air dans l'hélium à mêmes conditions de pression et de température (Fig. 2.7- 8).

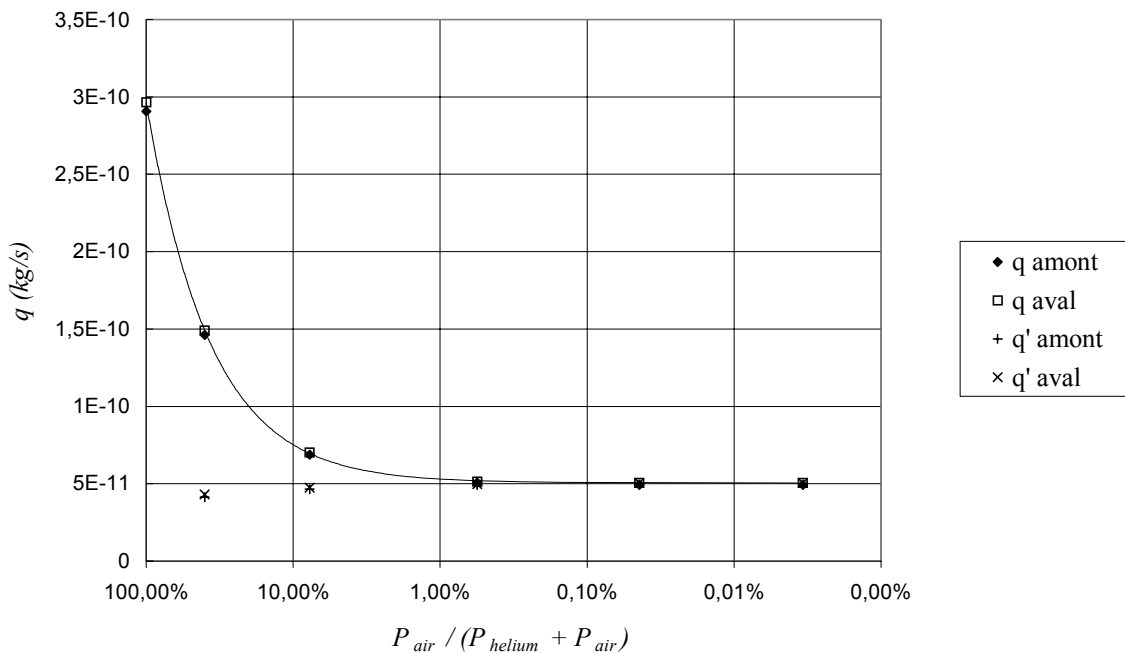


Figure 2.7- 8 : écoulements de mélanges air-hélium dans des microcanaux. Débits q calculés avec les densités de mélange air-hélium, débits q' calculés avec les densités de l'hélium.

Sur le graphique, les points $\{q$ amont $\}$ et $\{q$ aval $\}$ sont calculés avec les densités de mélanges air-hélium, et les points $\{q'$ amont $\}$ et $\{q'$ aval $\}$ sont calculés avec les densités de l'hélium « pur ».

Lorsque le pourcentage d'air dans le mélange est inférieur à 0,1 %, le débit q' est exact. Au-delà de cette valeur, le débit q' sous-estime le débit réel de l'écoulement. Pour la suite des expériences, nous imposerons des proportions de résidus inférieurs à 0,01 %.

Chapitre 3

ETUDES EXPERIMENTALES

3. 1. PRESENTATION DES ECHANTILLONS TESTES

3. 1. 1. Microconduites de section rectangulaire

Les microcanaux testés ont été gravés sur des plaquettes de silicium de diamètre 4 pouces et recouverts par des plaquettes de Pyrex de diamètre 3 pouces (Fig 3.1- 1). Les échantillons ont été réalisés¹ au LAAS (Laboratoire d'Analyse et d'Architecture des Systèmes) de Toulouse dans le cadre du partenariat développé depuis plusieurs années avec le groupe MIS².

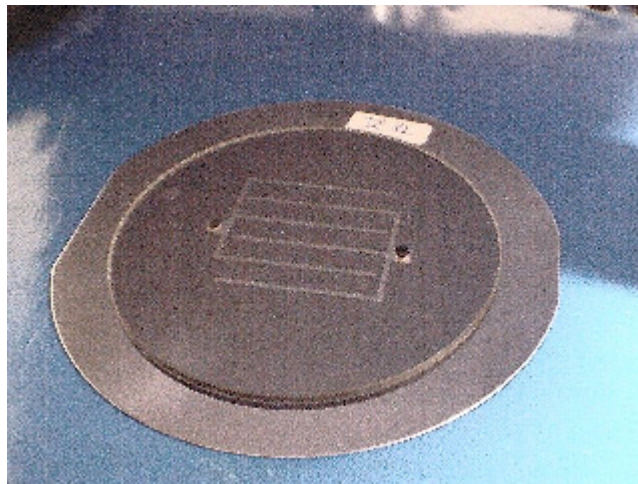


Figure 3.1- 1 : plaquette de test de microcanaux

Les microcanaux ont été obtenus par gravure sèche de type DRIE (Deep Reaction Ion Etching). Cette technique consiste à exposer le wafer de silicium à un plasma d'ions réactifs pour arracher les atomes de silicium. Le plasma vient graver les surfaces de silicium non protégées par le masque³ dessiné aux dimensions des microcanaux et des réservoirs. Cette gravure se fait perpendiculairement à la surface du wafer, et donne des sections rectangulaires de microconduites (contrairement aux gravures humides qui réalisent des sections triangulaires ou trapézoïdales). La figure 3.1- 2 présente le schéma de conception des canaux et des réservoirs ainsi qu'une photographie d'une partie des réservoirs et des canaux.

¹ Henri Camon et Monique Dilhan.

² Microsystème et Intégration des Systèmes.

³ Réalisé par microphotolithographie : Danel et Camon (1994).

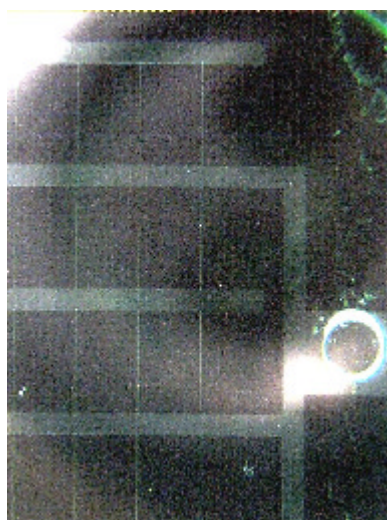
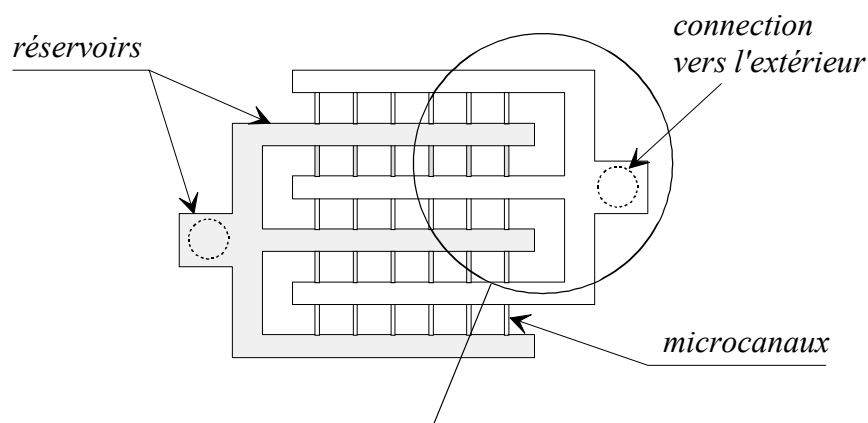


Figure 3.1- 2 : schéma de conception des microcanaux et des réservoirs, photographie d'une partie des réservoirs et canaux.

La plaquette de Pyrex est percée⁴ en regard des réservoirs pour permettre la connexion avec l'extérieur. Le wafer de silicium et le Pyrex sont collés anodiquement⁵.

Les dimensions et la rugosité des conduites ont été mesurées avant la phase de collage anodique.

3. 1. 1. 1. Profondeur et rugosité

La profondeur des conduites a été mesurée grâce à un profilomètre TENCOR P1⁶. Cet appareil est en premier lieu utilisé pour des études d'états de surface des matériaux. La mesure est effectuée par déplacement d'un stylet de diamant le long de la surface de

⁴ Perçages réalisés au foret en carbure ou par ultrasons au CEMES, Toulouse.

⁵ Les plaquettes sont mises en contact avec des électrodes, une tension est appliquée et l'ensemble est chauffé à 400 °C environ. Réalisation : société Tronics, Grenoble.

⁶ Profilomètre appartenant au LAAS de Toulouse.

l'échantillon, reproduisant son profil (exemple Fig.3.1- 3). Les repères L-L et R-R sont alors ajustés au niveau du fond de la conduite et de la surface du wafer. L'écartement de deux mêmes repères permet d'effectuer une moyenne de niveau pour éviter la prise en compte de rugosités ou de défauts de surfaces ponctuels. La profondeur est directement lue dans le tableau de données.

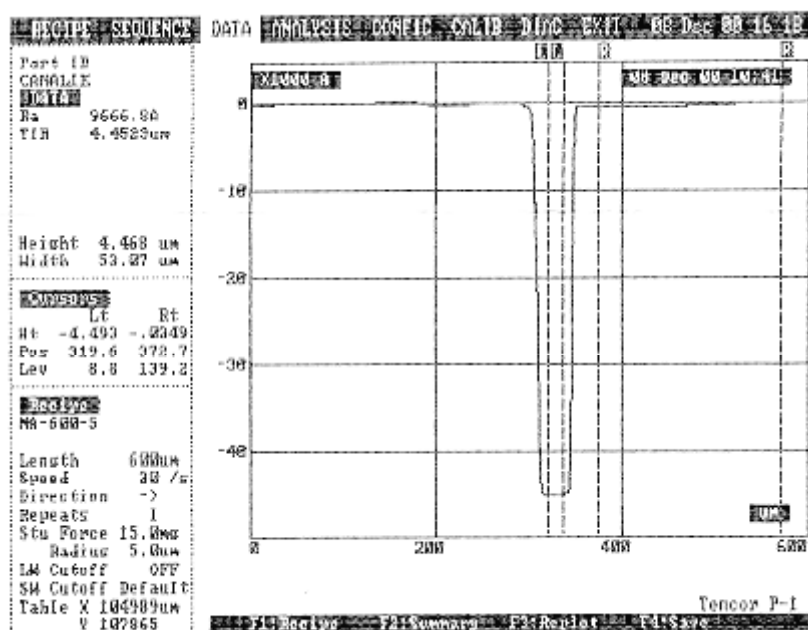


Figure 3.1- 3 : profil d'une section de microconduite réalisée au profilomètre TENCOR P1

Sur un échantillon comportant une seule ou plusieurs conduites, il est préférable d'effectuer des mesures multiples de profondeur à différents endroits. Ainsi, l'écart-type observé sur un minimum de cinq mesures de tous les échantillons est au maximum de 1,5 % de la mesure (cas de la conduite de plus petite profondeur). L'erreur de mesure est estimée à 0,1 μm pour toutes les microconduites.

La rugosité des surfaces gravées des microconduites a également pu être observée au moyen du même appareil. La figure 3.1- 4 présente un exemple de profil de rugosité sur une longueur de 50 μm .

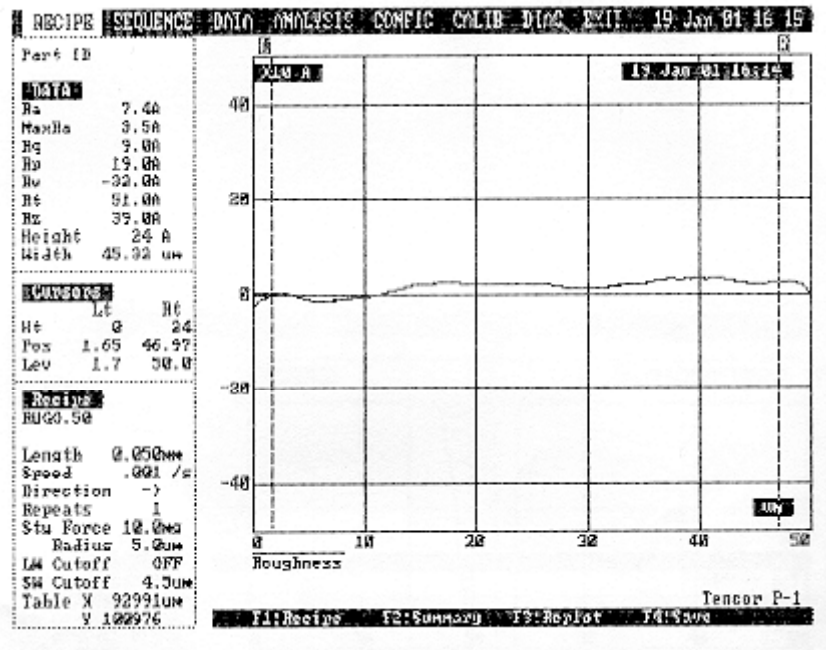


Figure 3.1- 4 : profil de rugosité du silicium gravé par plasma

La rugosité maximale (représentée par le paramètre Rt) mesurée dans trois canaux différents est de 50 à 85 Angströms. Une rugosité de 85 Å dans un microcanal de profondeur 0,545 µm (échantillon testé de plus faible hauteur) représente 1,5 % de la profondeur.

3. 1. 1. 2. Largeur et longueur

Les mesures de largeur ont été effectuées au moyen d'un microscope optique avec un objectif de grandissement x50, muni d'un viseur à échelle graduée et réticule mobile. Le déplacement du réticule s'effectue à l'aide d'un vernier, dont une division vaut 0,168 µm. La largeur locale d'une conduite est mesurée en positionnant le réticule sur chaque bord. L'erreur de mesure est principalement liée à la plus ou moins bonne focalisation du microscope. Elle est estimée à 0,3 µm. La largeur estimée pour un échantillon est une valeur moyenne de trois à douze mesures locales de largeur suivant l'échantillon.

La longueur des microconduites n'a pu être mesurée avec les moyens de mesure disponibles. Nous utiliserons alors la dimension de l'écartement des réservoirs dessinés sur le masque de gravure. La longueur des microcanaux est alors de 5 mm, l'erreur estimée est de 10 µm.

3. 1. 1. 3. Caractéristiques des microconduites de section rectangulaires

Le tableau suivant répertorie les dimensions des microconduites, mesurées par les moyens de mesures décrits précédemment.

Echantillon	Profondeur H (μm)	Largeur l (μm)	Longueur L (μm)	Nombre de microconduites en parallèle
T1PL	4,48	51,6	5000	1
T2PL	1,84	21,2	5000	45
T3	1,15	21,0	5000	380
T4	0,54	50,0	5000	575
Incertitude	0,10	0,3	10	

3. 1. 1. 4. Raccordement des plaquettes au banc d'essai

Un support a été réalisé pour relier les plaquettes au banc d'essai (Fig. 3.1- 5). Il est constitué de deux plaques de polycarbonate, dont l'une est percée pour recevoir les tubes flexibles que l'on raccorde au banc au niveau des vannes Omnifit®. Les tubes flexibles sont collés au support et des joints toriques assurent l'étanchéité entre le support et la plaquette.

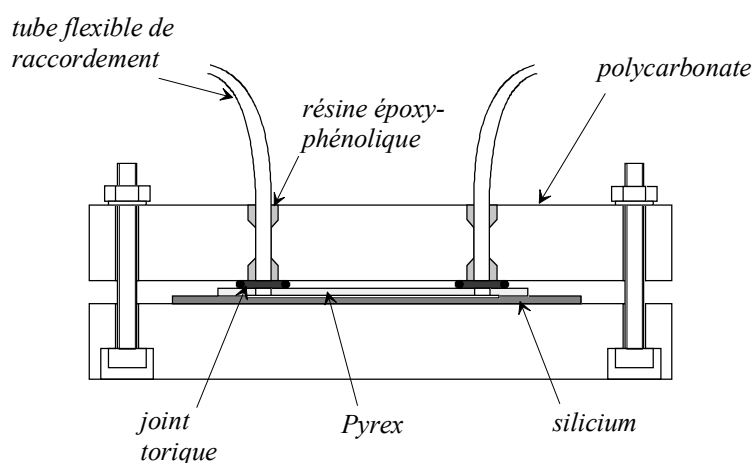


Figure 3.1- 5 : Schéma de connexion des plaquettes de silicium

3. 1. 2. Microconduites de section circulaire

Les microtubes que nous avons testés sont en silice fondue, recouverts d'une couche protectrice de polyimide. La silice fondue est un matériau très fragile et la couche de protection assure son maintien. Ces microtubes sont des capillaires fabriqués par étirage et refroidissement de la silice portée à haute température autour d'un moule cylindrique. Ce procédé permet la production de capillaires de grandes longueurs. Le diamètre intérieur est relativement régulier le long des capillaires (il peut varier de $2\ \mu\text{m}$ sur $20\ \text{m}$, soit $0,1\ \mu\text{m}/\text{m}$, pour des microtubes de diamètre $5\ \mu\text{m}$).

Pour obtenir des microtubes de longueurs voulues, nous avons clivé les capillaires à l'aide d'un couteau à verre à carbure de tungstène. La lame possède un angle de coupe spécifique au clivage du verre. Un outil de calibrage nous a permis de couper les capillaires avec des longueurs constantes (plus ou moins $0,02\ \text{mm}$).

La connexion des microtubes au banc d'essai est un problème majeur. Il n'existe pas de raccords permettant de connecter des tubes de quelques microns de diamètres, et permettant de raccorder plusieurs microtubes en parallèle. Nous avons choisi de coller les microtubes à l'intérieur d'un tube métallique avec de la colle silicone, et de coller le tube métallique à un flexible en Nalgène® pouvant être raccordé au banc d'essai (Fig. 3.1- 6).

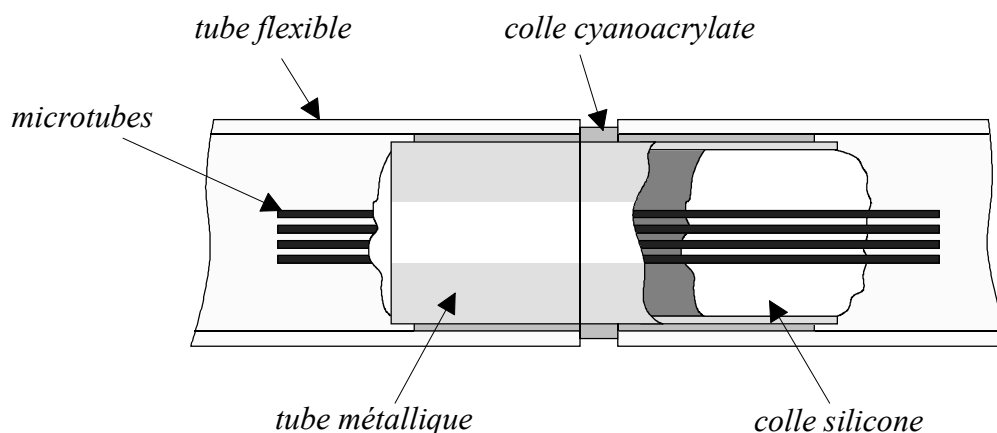


Figure 3.1- 6 : Schéma de connexion des microtubes

La colle silicone est pâteuse et peu résistante aux efforts. Toutefois, elle s'est avérée efficace malgré les pressions mises en jeu de part et d'autre des échantillons.

La colle spécifique pour lier les matériaux en polyimide est la colle époxy-phénolique. Cependant, plusieurs échantillons collés avec cette colle ont engendré des fuites, détectées grâce à la double mesure spécifique au banc d'essais.

La longueur des microtubes peut difficilement être inférieure à 15 mm dans cette configuration.

3. 1. 2. 1. Mesure des diamètres intérieurs

Différents appareils de mesure ont été utilisés suivant la dimension des diamètres des microtubes. Au-dessus de vingt microns, un microduromètre de précision 0,5 μm a été utilisé. En-dessous de vingt microns, nous avons utilisé un microscope électronique à balayage et un microscope optique à transmission.

Le microscope électronique à balayage que nous avons utilisé⁷ ne possède pas d'étalonnage fiable pour la mesure de dimensions de l'ordre du micron. Le principe de la mesure a donc été de réaliser séquentiellement des « photographies » d'une part de l'échantillon au grandissement le plus adapté, et d'autre part d'une grille étalon au même grandissement. La grille est en fait un réseau de franges espacées de 2445 Angströms⁸ (Fig.3.1- 7).

Le microscope électronique est capable de restituer des images à des grandissement très élevés, d'autant plus que l'échantillon observé peut supporter un bombardement d'électrons à forte puissance. Les matériaux métalliques permettent d'évacuer facilement les électrons bombardés sur une très faible surface. Le silicium et la silice fondue sont peu conducteurs. Il est donc nécessaire de déposer une couche d'or sur leur surface pour évacuer les électrons. Une couche épaisse de quelques nanomètres est déposée par plasma d'or, suffisante pour réaliser la conduction vers le support métallique.

⁷ MEB du département de physique de L'INSAT.

⁸ L'interfrange indiquée est une moyenne déterminée sur un grand nombre de franges.

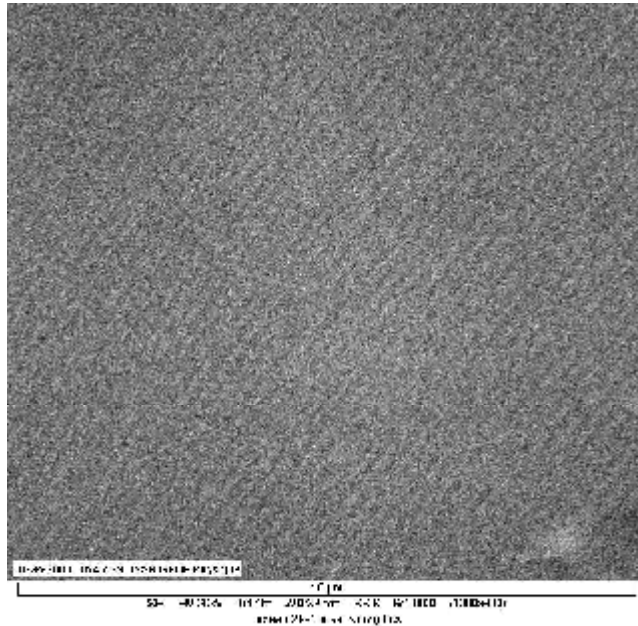


Figure 3.1- 7 : Réseau étalon d'interfranges 2445 Å

La figure 3.1-8 montre une image d'ensemble de la coupe d'un capillaire en silice fondue recouverte d'une couche de polyimide. Il apparaît des zones de brillances au niveau des arêtes et des surfaces inclinées.

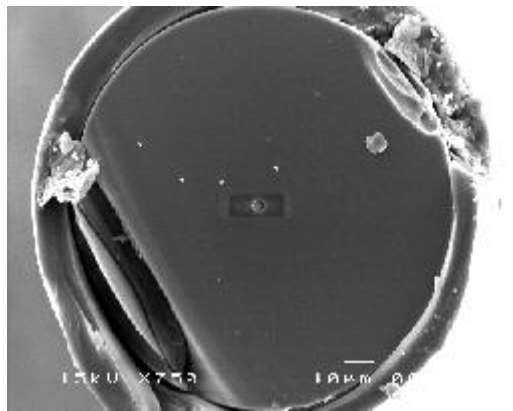


Figure 3.1- 8 : Image MEB low-vacuum d'un capillaire en silice fondue

Lorsqu'on agrandit l'image au niveau du trou (partie centrale), les effets de bords et d'inclinaison rendent l'image moins nette. La figure 3.1-9 présente les images de microtubes de diamètres mesurés 1,7 μm et 3,7 μm . La visualisation des bords des tubes n'est pas évidente, d'autant plus que le diamètre est petit.

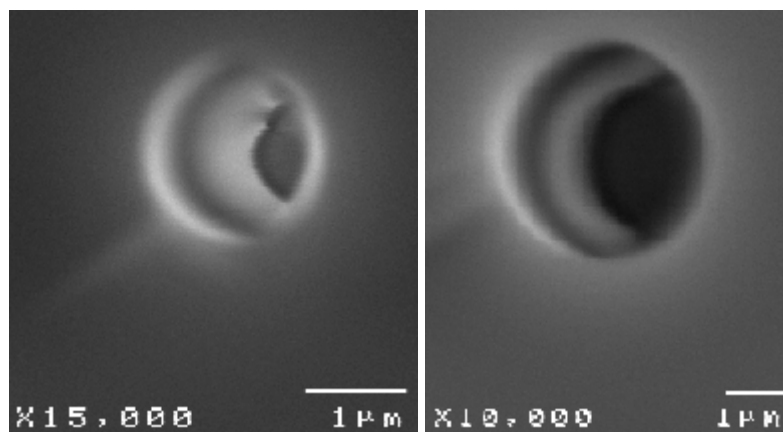


Figure 3.1- 9 : Images MEB de microtubes de diamètres 1,7 et 3,7 μm

La mesure de diamètre est déterminée par une simple règle de trois entre les longueurs mesurées bord à bord sur le tube et la longueur de référence définie par l'interfrange du réseau étalon, avec le même grandissement. La mesure peut être faussée de plusieurs manières. D'une part, il n'est pas certain que l'image représente exactement la section droite du tube en raison du clivage du capillaire et de l'orientation de celui-ci par rapport au système d'observation. Un mauvais clivage peut donner une section biseautée et provoquer une surestimation du diamètre⁹. Une mauvaise orientation du capillaire peut faire sous-estimer la mesure du diamètre. D'autre part, une trop forte accumulation d'or peut donner une couche de plusieurs dizaines de nanomètres, voire une centaine, et donc influencer la mesure des longueurs bord à bord. La figure 3.1-10 montre l'agglomération des grains d'or après un dépôt abusif.

La principale difficulté réside dans la localisation des bords du tube dans le cas où la brillance rend la zone floue. De plus, la mesure séquentielle des échantillons et du réseau implique un va et vient entre différents grandissements, et par conséquent d'éventuelles différences de mise au point de la visée. Il est également apparu que des acquisitions consécutives sans modification des réglages peuvent conduire à des mesures sensiblement différentes (différences de l'ordre de 0,02 μm).

Etant donné les difficultés de mesures évoquées précédemment, nous estimons l'incertitude sur la mesure du diamètre de 0,1 μm pour des diamètres de l'ordre du micron. L'incertitude relative est donc grande.

⁹ En admettant que la section droite soit exactement circulaire

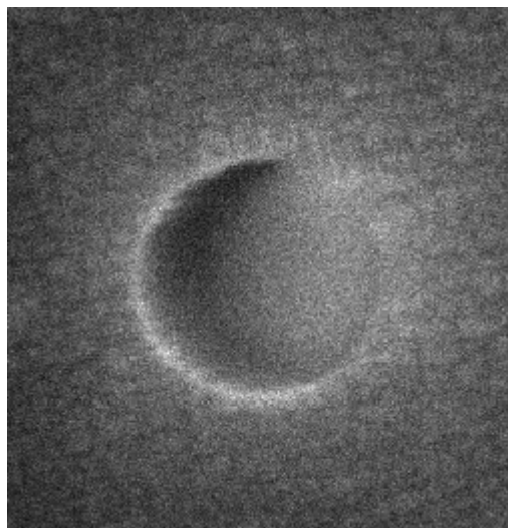


Figure 3.1- 10 : Agglomération de grains d'or, image MEB

La microscopie optique à transmission a pu être utilisée pour les microtubes en silice fondue en raison de leur caractère translucide. Les mesures ont été effectuées au moyen d'un nano-vidéo-microscope¹⁰ appartenant à l'IPBS¹¹. Le microtube est tout d'abord séparé de sa couche protectrice de polyimide (avec une simple flamme). Il est ensuite baigné dans une solution fluorescente entre deux lames de verre, puis installé sur le système optique (Fig. 3.1- 11). L'image du tube à l'intérieur du capillaire est restituée grâce à un rayonnement ultraviolet.

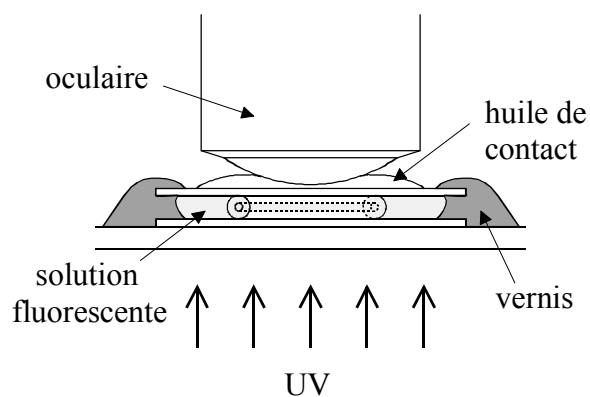


Figure 3.1- 11 : principe de la mesure par microscopie optique à transmission

La figure 3.1- 12 présente les images de microtubes de diamètres mesurés 1,6 et 3,9 μm .

¹⁰ microscope optique équipé d'un système d'acquisition numérique vidéo et traitement d'image.

¹¹ Institut de Pharmacologie et de Biologie Structurale de Toulouse.

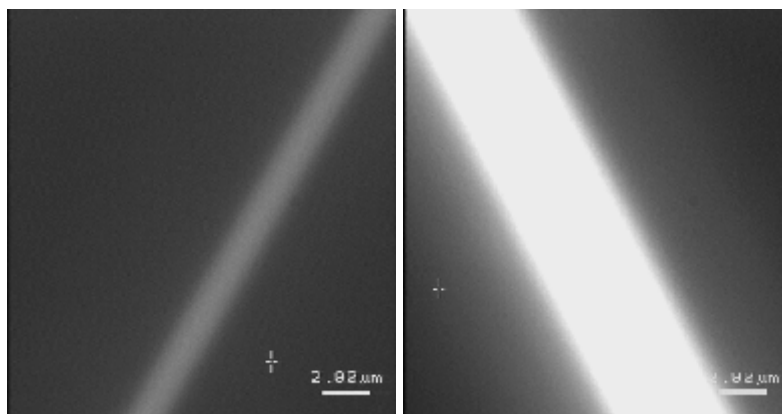


Figure 3.1- 12 : images du rayonnement fluorescent à l'intérieur de microtubes de diamètres 1,6 et 3,9 μm

Cette technique présente l'avantage de mesurer le diamètre du tube à différents endroits le long de celui-ci. On observe cependant que le contraste est moins marqué pour le tube de plus petit diamètre, rendant les mesures difficiles. L'appareil a été préalablement étalonné. Une vingtaine de mesures de diamètres le long du tube de 3,9 μm donne un écart-type de 0,06 μm ; l'écart-type est de 0,05 μm pour l'autre tube. La précision de la mesure est estimée à 0,1 μm .

3. 1. 2. 2. Caractéristiques des microconduites de section circulaires

Les dimensions des microtubes sont répertoriées dans le tableau suivant :

Echantillon	Diamètre (μm)	Longueur L (mm)	Nombre de microtubes en parallèle
050 375 (1)	Microduromètre: $52,8 \pm 0,5$	$100,15 \pm 0,02$	1
020 375 (1)	Microduromètre: $20,3 \pm 0,5$	$20,45 \pm 0,02$	1
005 150 (n)	Microscope optique: $3,90 \pm 0,1$ MEB: $3,71 \pm 0,1$	$20,04 \pm 0,02$	40

3. 2. ESSAIS AVEC DES MICROCONDUITES DE SECTION CIRCULAIRE

Les premiers essais avec des microtubes de diamètre 52,8 μm ont été présentés dans le chapitre 2 (§2.6). Ils ont montré que les débits mesurés étaient en accord avec la théorie classique d'écoulement de type continu sans glissement, les nombres de Knudsen étant compris entre 0,0005 et 0,0025. Ces premiers résultats ont également montré les écarts entre les débits mesurés à l'amont du microsystème et à l'aval du microsystème. Ces écarts sont « normaux » pour des pressions de lignes supérieures à la pression atmosphérique, ils deviennent de plus en plus importants pour des pressions de plus en plus faibles. A faible pression, les incertitudes de mesures sont plus importantes, les influences de l'humidité et des débits parasites sont également plus importantes et difficilement maîtrisables¹². Il est également possible que ces écarts soient dus à des fuites présentes au niveau du microsystème.

Les essais suivants ont été effectués avec des microtubes de diamètres plus petits, afin d'augmenter sensiblement les nombres de Knudsen des écoulements.

Le graphique de la figure 3.2- 1 présente une comparaison de résultats expérimentaux et théoriques pour un écoulement d'air dans un microtube de diamètre $20,3 \pm 0,5 \mu\text{m}$ et de longueur 20,45 mm (échantillon 020150(1)). La pression P_2 à l'aval est maintenue constante à $1,69 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, la pression P_1 à l'amont varie. Les débits mesurés à l'amont correspondent aux carrés noirs, les débits mesurés à l'aval correspondent aux carrés blancs. Les points expérimentaux sont entourés de leur barre d'erreur. Toutes les autres caractéristiques expérimentales suivantes seront présentés de la même façon.

Les courbes théoriques sont calculées à partir des équations d'état, de continuité, de bilan de quantité de mouvement et des conditions aux limites en tenant compte des hypothèses suivantes :

- le gaz est considéré comme idéal
- l'écoulement est permanent, laminaire, compressible et isotherme
- l'écoulement est unidirectionnel

¹² A faible pression, les temps de stabilité thermique sont plus importants. Les séries de mesures ont pu être réalisées alors que la stabilité thermique (le régime permanent des débits parasites) n'était pas forcément atteinte.

- la pression ne dépend que la coordonnée longitudinale, la pression et la masse volumique sont alors constantes sur une section de la conduite
- la viscosité dynamique est constante
- la dimension longitudinale est grande devant les dimensions transversales (les effets d'extrémités sont négligés).

Les expressions des débits massiques théoriques avec des conditions aux limites de non glissement et de saut de vitesse développés à l'ordre 1 (Maxwell (1879)) sont respectivement :

$$q_{NS}^c = \frac{\pi D^4 P_S^2}{256 \mu r L T} \left[\frac{P_e^2}{P_S^2} - 1 \right] \quad (3.2- 1)$$

$$q_{ordre1}^c = \frac{\pi D^4 P_S^2}{256 \mu r L T} \left[\frac{P_e^2}{P_S^2} - 1 + 16 Kn_S \frac{2 - \sigma}{\sigma} \left(\frac{P_e}{P_S} - 1 \right) \right] \quad (3.2- 2)$$

où D est le diamètre, P_e et P_S sont les pression d'entrée et de sortie de la conduite, $Kn_S = \lambda_S / D$ le nombre de Knudsen de sortie, et σ le coefficient de réflexion ($\sigma = \sigma_v$).

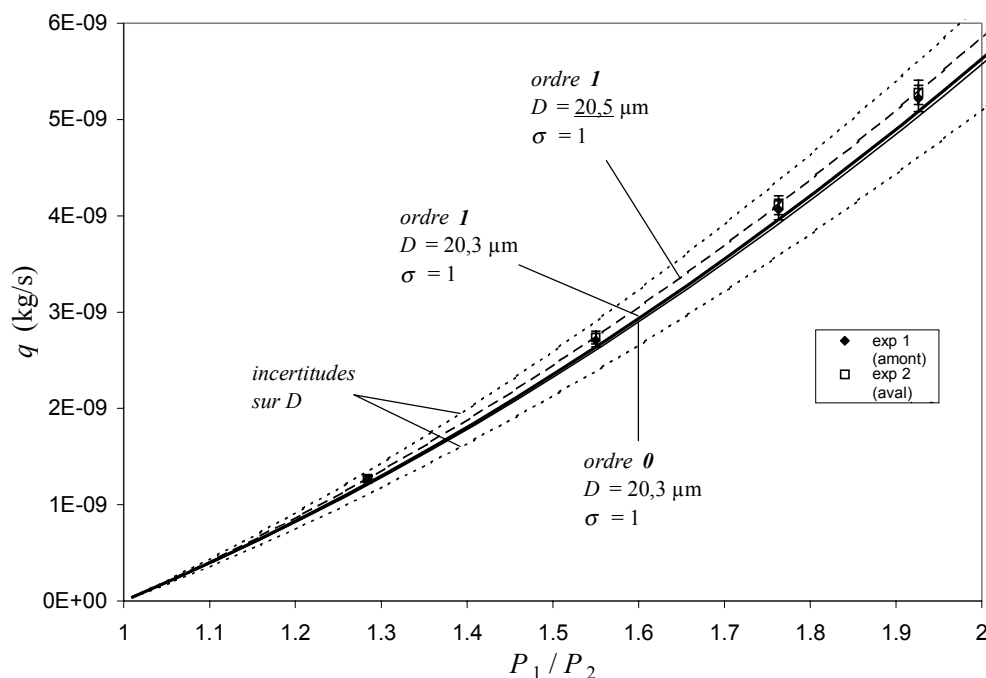


Figure 3.2- 1 : microtube 020 375(1), écoulement d'air, $T = 297 \text{ K}$, $P_2 = 1,69.10^5 \text{ Pa}$, $0,001 < Kn < 0,002$

Le diamètre D et les coefficients de réflexion utilisés sont indiqués pour chaque courbe théorique, ainsi que l'ordre de développement du saut de vitesse à la paroi (0 : non glissement, ou 1 : ordre 1).

Les courbes en traits pleins correspondent aux débits théoriques calculés à partir des dimensions mesurées aux microscopes ($D = 20,3 \mu\text{m}$). Les points expérimentaux ne suivent pas exactement les courbes théoriques mais restent dans l'intervalle d'incertitude relative à l'incertitude sur la mesure du diamètre (courbes théoriques en traits pointillés fins). On observe un très léger décalage entre le calcul à l'ordre 1 et le calcul à l'ordre 0. On peut considérer que les deux ordres donnent un résultat équivalent à ces régimes d'écoulement ($0,001 < Kn < 0,002$). Un calcul à l'ordre 0 ou à l'ordre 1 (courbe en traits discontinus), avec un diamètre $D = 20,5 \mu\text{m}$ suit parfaitement les points expérimentaux. Ce diamètre est donc le diamètre apparent du microtube. Le coefficient de réflexion a été pris égal à 1 pour le calcul à l'ordre 1. Ce paramètre n'est pas connu avec précision mais la valeur 1 a été admise par d'autres auteurs pour des expériences de même nature et son influence est négligeable pour ce régime d'écoulement.

Une seconde série de mesures (Fig. 3.2- 2) a été obtenue avec des écoulements d'air dans le même microtube, pour une pression aval de $P_2 = 1,02 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Les points expérimentaux sont comparés aux courbes théoriques d'ordres 0 et 1 où le diamètre apparent a été utilisé. Les points expérimentaux sont en accord avec les courbes théoriques.

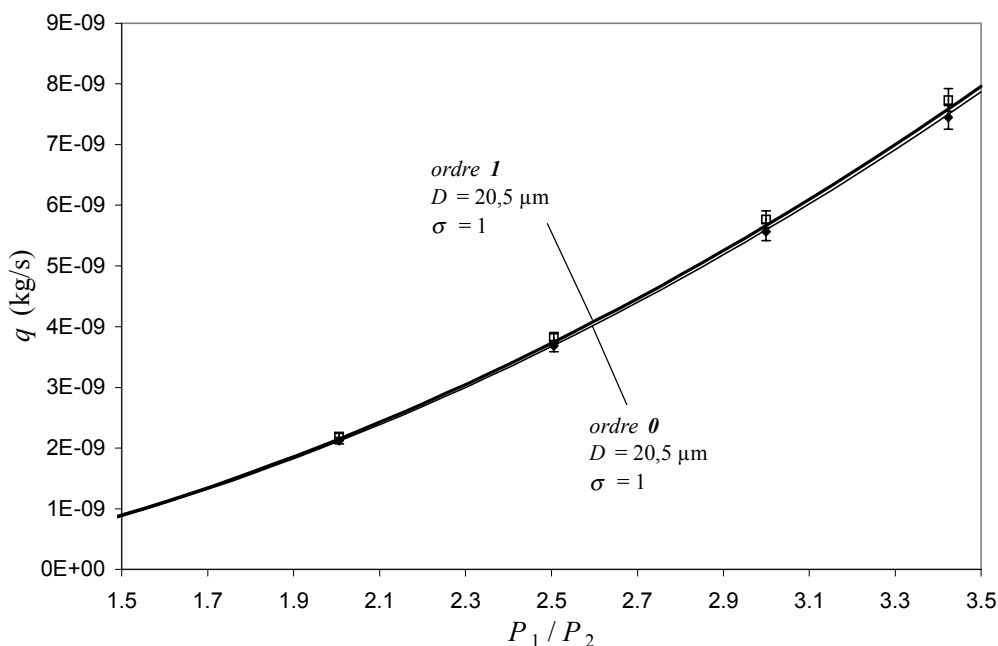


Figure 3.2- 2 : microtube 020 375(1), écoulement d'air, $T = 298 \text{ K}$, $P_2 = 1,02 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $0,001 < Kn < 0,003$

Le série d'essais suivante est relative à des écoulements d'air dans l'échantillon 005 150(n), composé de quarante microtubes en parallèle. Les diamètres mesurés au microscope électronique à balayage et au microscope optique à transmission sont de $3,7 \mu\text{m}$ et $3,9 \mu\text{m}$. La longueur des tubes est de $20,03 \text{ mm}$ en moyenne avec une dispersion de $0,03 \text{ mm}$.

Une campagne d'essais sur un seul microtube de cette dimension n'est pas envisageable puisque les débits attendus correspondent à la limite basse du banc d'essai, où une seule mesure peut durer jusqu'à une semaine. De plus, les débits à mesurer seraient du même ordre de grandeur que les débits parasites, rendant les mesures entachées de beaucoup d'erreur. La seule solution est donc d'augmenter les débits en multipliant le nombre de tubes de mêmes dimensions. L'idéal aurait été de mettre en parallèle une centaine de tubes. Le type de connexion que nous avons développé permet un empilement d'une quarantaine de microtubes de diamètres extérieur $150 \mu\text{m}$ au maximum.

Les résultats expérimentaux relatifs à des écoulements d'air sur l'échantillon 005 150(n) avec une pression $P_2 = 1,027 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ sont représentés sur le graphique suivant (Fig. 3.2- 3).

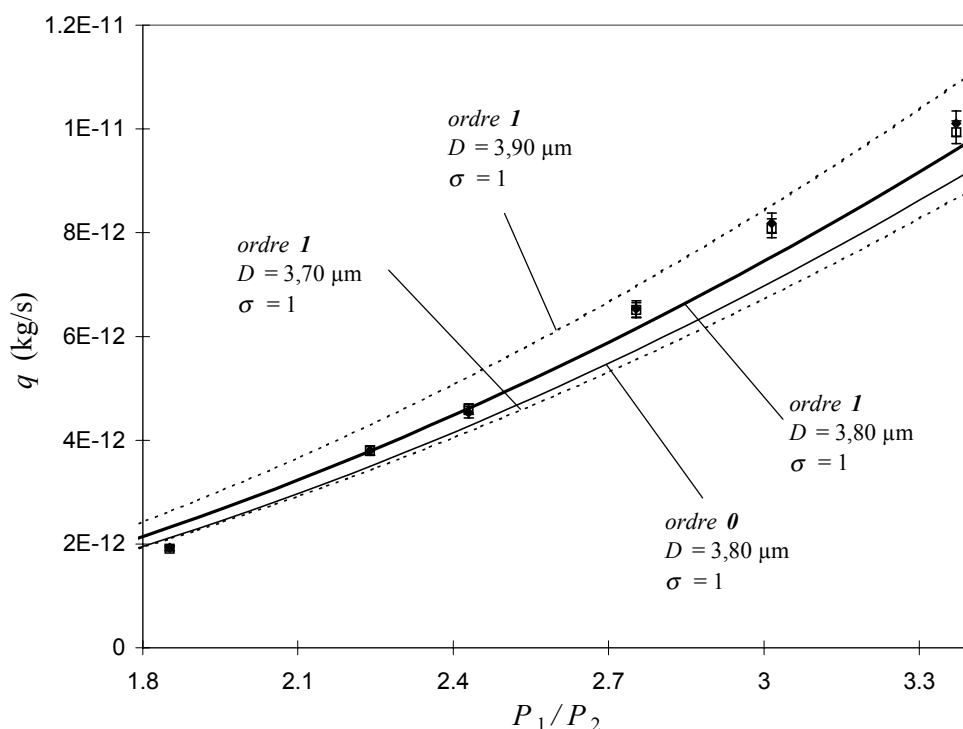


Figure 3.2- 3 : microtube 005 150(n), écoulement d'air, $T = 294,6 \text{ K}$, $P_2 = 1,027 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $0,005 < Kn < 0,017$

Les points expérimentaux sont comparés aux modèles d'ordres 0 et 1 avec le diamètre moyen $3,8 \mu\text{m}$. Les courbes à l'ordre 1 avec les diamètres $3,7 \mu\text{m}$ (mesure au MEB) et $3,9 \mu\text{m}$

(mesure au microscope optique) sont également représentées. Les débits observés ne suivent pas une tendance régulière et le point de plus faible débit sort de l'intervalle d'incertitude. Il est difficile de conclure sur ce graphique, d'autant plus que d'autres mesures se sont avérées inexploitable en raison d'une apparente obstruction de l'échantillon.

En conclusion, les résultats relatifs à l'échantillon 020 375(1) montrent que le modèle d'écoulement glissant avec un saut de vitesse développé à l'ordre 1 et un coefficient de réflexion pris égal à 1 est équivalent au modèle d'écoulement non glissant pour des nombres de Knudsen inférieurs à 0,003. Il serait intéressant de continuer l'étude pour des écoulements plus raréfiés en diminuant la pression aval ou en étudiant des écoulements d'hélium.

Les essais relatifs à l'échantillon 005 150(n) sont significatifs des difficultés de mesures de faibles débits avec des microtubes placés en parallèle. Le type de connexion des microtubes au banc est à étudier pour réaliser des mesures fiables. Il est de plus nécessaire de travailler dans des ambiances de salles blanches pour éviter tous phénomènes de colmatage parasites des échantillons.

3. 3. ESSAIS AVEC DES MICROCONDUITES DE SECTIONS RECTANGULAIRES

Les échantillons présentés précédemment (§3.1) ont été testés avec de l'azote et de l'hélium à des régimes d'écoulements allant du régime faiblement raréfié jusqu'au régime dit de transition. Les différents résultats expérimentaux sont comparés à des modèles d'écoulements glissants de type Navier-Stokes avec des conditions aux limites de sauts de vitesse développés à l'ordre 1 et à l'ordre 2, pour des sections rectangulaires.

Le modèle d'ordre 1 est associé au saut de vitesse défini par Maxwell (1879) et basé sur la résolution du problème en trois dimensions par la méthode d'Ebert et Sparrow (1965)

Le modèle d'ordre 2 est associé au saut de vitesse défini par Deissler (1964) et développé par Aubert et Colin (2001). Ce modèle est le seul dans la littérature à prendre en compte des conditions d'ordre 2 pour des écoulements en conduites de section rectangulaire.

Il n'a pas encore été validé expérimentalement. Il est issu d'une interprétation physique des phénomènes au voisinage de la paroi en considérant le problème en trois dimensions.

3. 3. 1. Intérêt d'un modèle rectangulaire

Aubert et Colin (2001) ont montré que l'utilisation d'un modèle plan pour le calcul du débit à travers une section rectangulaire devient inappropriée lorsque le rapport de forme de la section ($a =$ profondeur H / largeur l , avec $H < l$) est supérieur à 0,01. Ils ont montré également que l'influence du glissement est d'autant plus importante que rapport de forme est élevé.

Les expressions des débits massiques théoriques d'écoulements plans avec des conditions aux limites de non glissement, de sauts de vitesses développés à l'ordre 1 (Maxwell) et à l'ordre 2 (Deissler) sont respectivement :

$$q_{NS}^p = \frac{(H/2)^3 P_S^2}{\mu r L T} \left[\frac{(\Pi^2 - 1)}{3} \right] \quad (3.3- 3)$$

$$q_{ordre 1}^p = \frac{(H/2)^3 P_S^2}{\mu r L T} \left[\frac{(\Pi^2 - 1)}{3} + \frac{2 - \sigma}{\sigma} 4Kn_S (\Pi - 1) \right] \quad (3.3- 4)$$

$$q_{ordre 2}^p = \frac{(H/2)^3 P_S^2}{\mu r L T} \left[\frac{(\Pi^2 - 1)}{3} + \frac{2 - \sigma}{\sigma} 4Kn_S (\Pi - 1) + 9Kn_S^2 \ln(\Pi) \right] \quad (3.3- 5)$$

où P_S et Kn_S sont la pression et le nombre de Knudsen de sortie, et Π le rapport de pression entre l'entrée et la sortie de la conduite. Les hypothèses formulées pour ces modèles sont les mêmes que celles définies pour les écoulements en conduites de sections circulaires.

Le débit massique passant dans une conduite de section rectangulaire de rapport de forme a avec une condition aux limites de non glissement est donné par (Ebert et Sparrow (1965)):

$$q_{NS}^r = \frac{(H/2)^3 P_S^2}{a \mu r L T} \left[\frac{(\Pi^2 - 1)}{3} \right] a_0 \quad (3.3- 6)$$

où

$$a_0 = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\sin^2(b_i)}{b_i^4 (b_i + \cos(b_i) \sin(b_i))} \left(b_i - a \tanh\left(\frac{b_i}{a}\right) \right) \quad (3.3- 7)$$

et

$$b_i = \frac{(2i-1)\pi}{2} \quad (3.3- 8)$$

Les débits correspondant à des conditions aux limites développées à l'ordre 1 (Maxwell) et à l'ordre 2 (Deissler) sont respectivement donnés par Ebert et Sparrow (1965) et Aubert et Colin (2001):

$$q_{ordre 1}^r = q_{NS}^r \left[1 + a_1 Kn_S \frac{1}{\Pi + 1} \right] \quad (3.3- 9)$$

$$q_{ordre 2}^r = q_{NS}^r \left[1 + a_1 Kn_S \frac{1}{\Pi + 1} + a_2 Kn_S^2 \frac{\ln(\Pi)}{\Pi^2 - 1} \right] \quad (3.3- 10)$$

où a_1 et a_2 sont des valeurs issues de la résolution des équations de Navier-Stokes. Ces valeurs dépendent du rapport de forme et du coefficient de réflexion.

Dans l'exemple suivant, les débits calculés à l'aide des deux modèles (plan et rectangulaire) pour des écoulements d'azote dans des conduites de rapport de forme 0,01 et 0,1, un nombre de Knudsen de sortie égal à 0,1 et un rapport de pression de 1,8 montrent des écarts significatifs, notamment pour $a = 0,1$:

$a = 0,01$		
$H = 1 \mu\text{m}$ $l = 100 \mu\text{m}$ $L = 1 \text{mm}$		$Kn_S = 0,1$ $\Pi = 1,8$ $\sigma = 1$
		$T = 293 \text{K}$
Plan	Rectangulaire	Ecart
$q_{NS}^p = 2,58.10^{-11} \text{kg/s}$	$q_{NS}^r = 2,57.10^{-11} \text{kg/s}$	0,6 %
$q_{ord 1}^p = 3,68.10^{-11} \text{kg/s}$	$q_{ord 1}^r = 3,66.10^{-11} \text{kg/s}$	0,7 %
$q_{ord 2}^p = 3,86.10^{-11} \text{kg/s}$	$q_{ord 2}^r = 3,84.10^{-11} \text{kg/s}$	0,6 %

$a = 0,1$		
$H = 1 \mu\text{m}$ $l = 10 \mu\text{m}$ $L = 1 \text{mm}$	$Kn_S = 0,1$ $\Pi = 1,8$ $\sigma = 1$	$T = 293 \text{K}$
Plan	Rectangulaire	Ecart
$q_{NS}^p = 2,58.10^{-12} \text{kg/s}$	$q_{NS}^r = 2,42.10^{-12} \text{kg/s}$	6,3 %
$q_{ord1}^p = 3,68.10^{-12} \text{kg/s}$	$q_{ord1}^r = 3,46.10^{-12} \text{kg/s}$	6,0 %
$q_{ord2}^p = 3,86.10^{-12} \text{kg/s}$	$q_{ord2}^r = 3,64.10^{-12} \text{kg/s}$	5,7 %

Le tableau suivant indique la valeur du rapport de forme de chaque échantillon. Les rapports de formes sont tous supérieurs à 0,01. Le modèle rectangulaire semble donc le plus approprié pour la confrontation entre résultats expérimentaux et théoriques.

Echantillon	Profondeur H (μm)	Rapport de forme
T1PL	4,48	0,087
T2PL	1,84	0,026
T3	1,15	0,055
T4	0,54	0,011

3. 3. 2. Echantillon T1PL, écoulements faiblement raréfiés

La première série de mesures sur cet échantillon est relative à un écoulement d'azote où la pression à l'aval est constante et égale à $1,9.10^5 \text{Pa}$ (Fig. 3.3- 1).

Les courbes théoriques sont calculées à partir de la profondeur mesurée $H = 4,48 \mu\text{m}$ avec des modèles de type rectangulaire. Les points expérimentaux suivent parfaitement les courbes théoriques d'ordres 1 et 2, où le coefficient de réflexion a été pris égal à 1. Les nombres de Knudsen sont compris entre 0,002 et 0,008, l'écart entre les débits calculés à l'ordre 1 et à l'ordre 2 est alors négligeable. L'écart entre l'ordre 0 et l'ordre 1 commence à

être visible à ce régime. Il est difficile de conclure quant à la validité de tel ou tel modèle dans la mesure où la profondeur n'est pas connue avec suffisamment de précision (voir les courbes en pointillés présentant l'incertitude sur la profondeur avec des modèles à l'ordre 1).

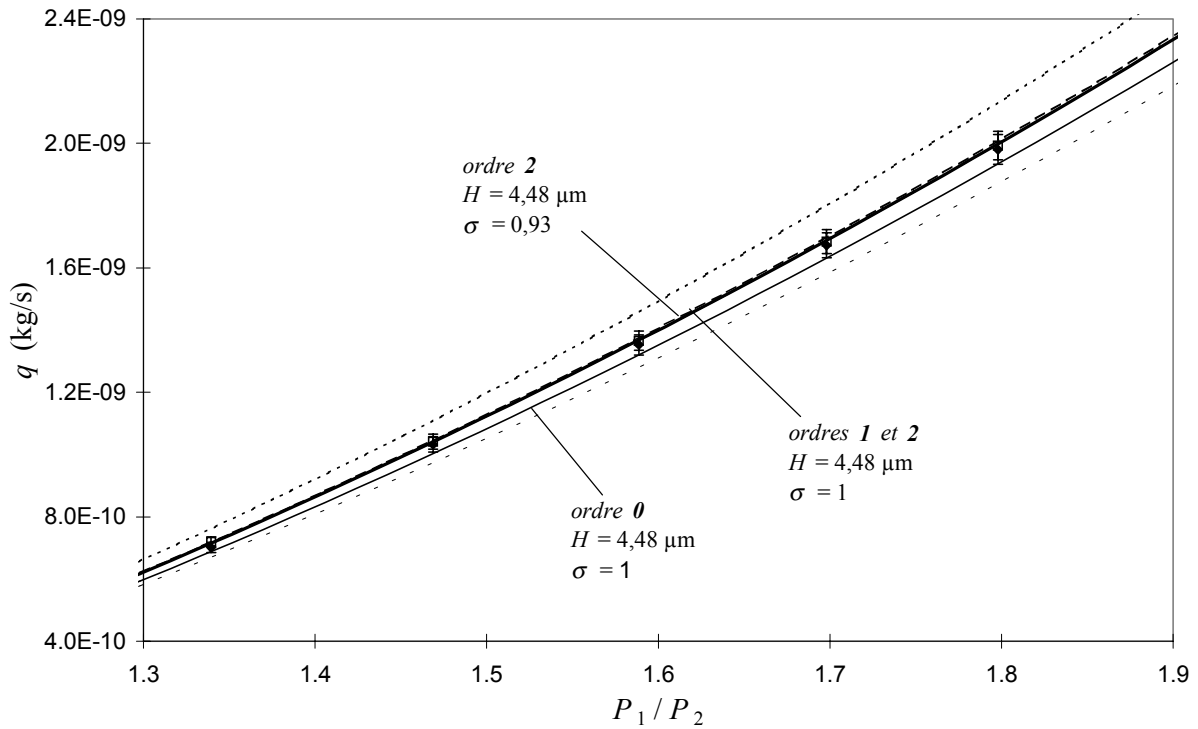


Figure 3.3- 1 : TIPL, écoulement d'azote, $T = 294,2 \text{ K}$, $P_2 = 1,9 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $0,002 < Kn < 0,008$

Les différentes expériences menées par d'autres auteurs tendent cependant à montrer la validité du modèle à l'ordre 1 pour ce régime d'écoulement, voire jusqu'à des nombres de Knudsen égaux à 0,1. Nous prendrons donc comme référence les débits calculés à l'ordre 1 pour ce régime, déterminant ainsi une profondeur apparente de la conduite $H = 4,48 \mu\text{m}$ qui correspond dans ce cas à la profondeur mesurée.

Pour indication, en référence à l'étude ultérieure sur le paramètre σ , la courbe théorique à l'ordre 2 avec un coefficient $\sigma = 0,93$ est représentée. Cette courbe suit également correctement les points expérimentaux. A ce régime d'écoulement, l'influence de σ reste négligeable.

L'influence de la forme de la section de la conduite n'est pas négligeable sur le calcul des débits. Le graphique de la figure 3.3- 2 montre les mêmes points expérimentaux comparés aux débits calculés avec un modèle de type plan avec la même profondeur, débits ramenés à la largeur de la conduite :

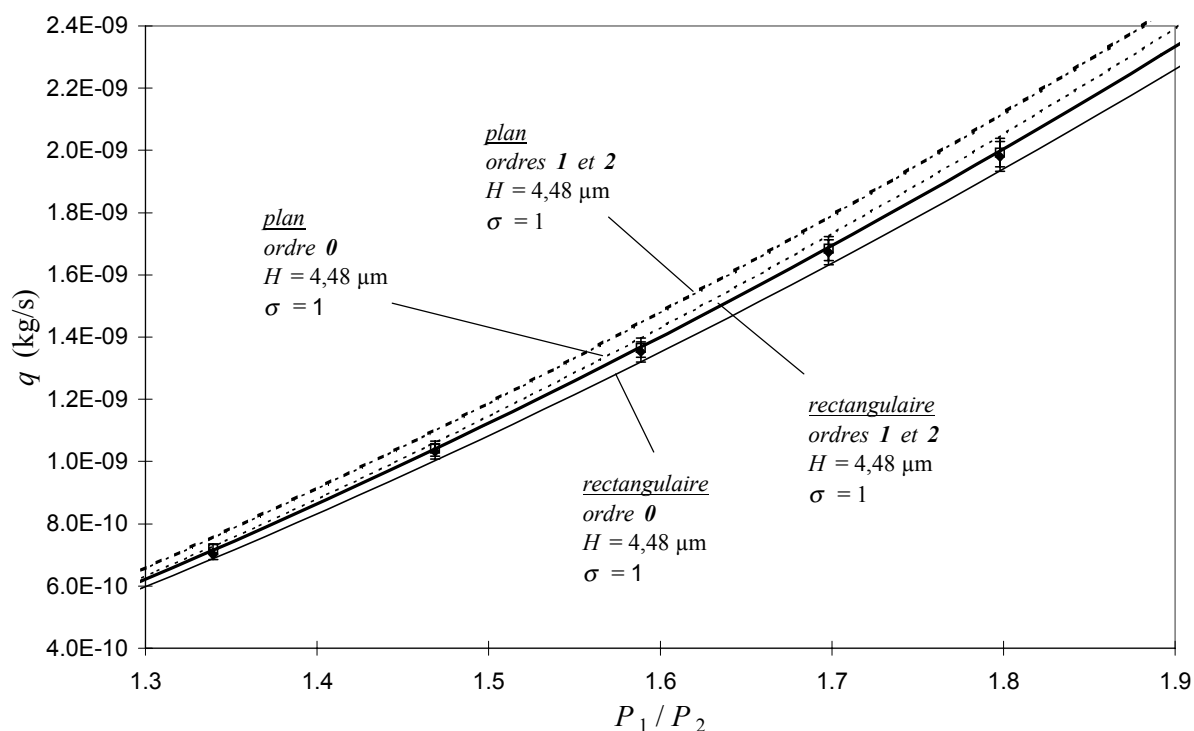


Figure 3.3- 2 : TIPL, écoulement d'azote, $T = 294,2 \text{ K}$, $P_2 = 1,9 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $0,002 < Kn < 0,008$

Afin d'augmenter les nombres de Knudsen des écoulements, la série d'essais suivante a été réalisée avec une pression à l'aval constante et égale à $0,82 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ avec le même gaz (Fig. 3.3- 3).

Comme nous l'avons remarqué pour les essais en microconduites de section circulaires, les points expérimentaux correspondant aux débits mesurés à l'amont et à l'aval sont de plus en plus écartés lorsque la pression de test diminue en dessous de la pression atmosphérique. Les écarts sont toutefois compatibles avec les incertitudes de mesures.

Les nombres de Knudsen sont ici compris entre 0,005 et 0,018, correspondant toujours à des régimes faiblement raréfiés. Malgré les écarts entre les points expérimentaux amont et aval, la tendance moyenne est correctement suivie par les courbes théoriques d'ordres 1 et 2 avec des coefficients de réflexion pris indifféremment à 1 ou 0,93.

La première série de mesures sur la plaquette suivante sera relative à des écoulements d'azote avec des nombres de Knudsen équivalents à cette dernière série.

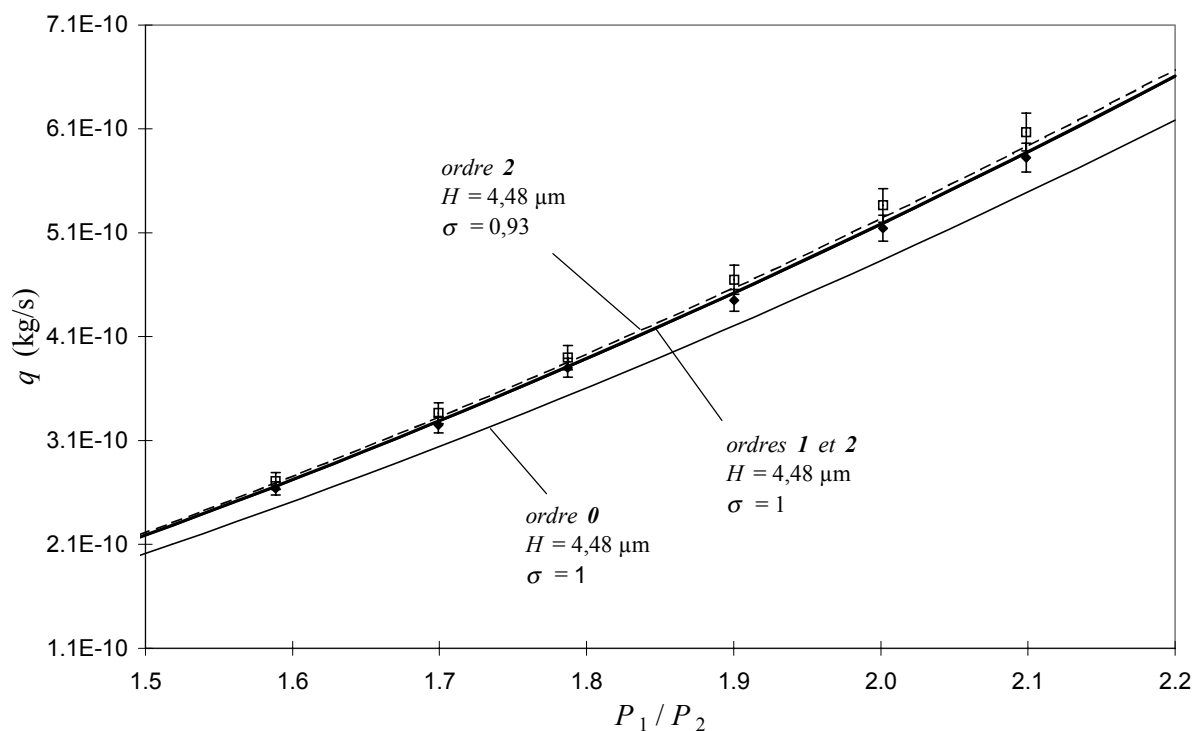


Figure 3.3- 3 : TIPL, écoulement d'azote, $T = 294,2$ K, $P_2 = 0,82 \cdot 10^5$ Pa, $0,005 < Kn < 0,018$

3. 3. 3. Echantillon T2PL, régimes faiblement raréfiés à régime de transition

Les expériences suivantes sont relatives à des écoulements d'azote et d'hélium dans l'échantillon T2PL. Les pressions de sorties sont constantes sur chaque série. La diminution des pressions ainsi que l'utilisation de l'hélium¹³ permet d'augmenter de manière importante les nombres de Knudsen et de pouvoir réaliser des écoulements du régime faiblement raréfié au régime de transition. Cet échantillon est composé de 45 conduites, les débits reportés sur les graphiques sont ramenés au débit passant dans une seule conduite.

¹³ Le libre parcours moyen de l'hélium est approximativement trois fois plus grand que celui de l'azote, dans les mêmes conditions de pression et de température.

3. 3. 3. 1. Ecoulements d'azote

La première série de mesures sur cet échantillon est relative à des écoulements d'azote avec une pression à l'aval maintenue à $2,0 \cdot 10^5$ Pa (Fig. 3.3- 4).

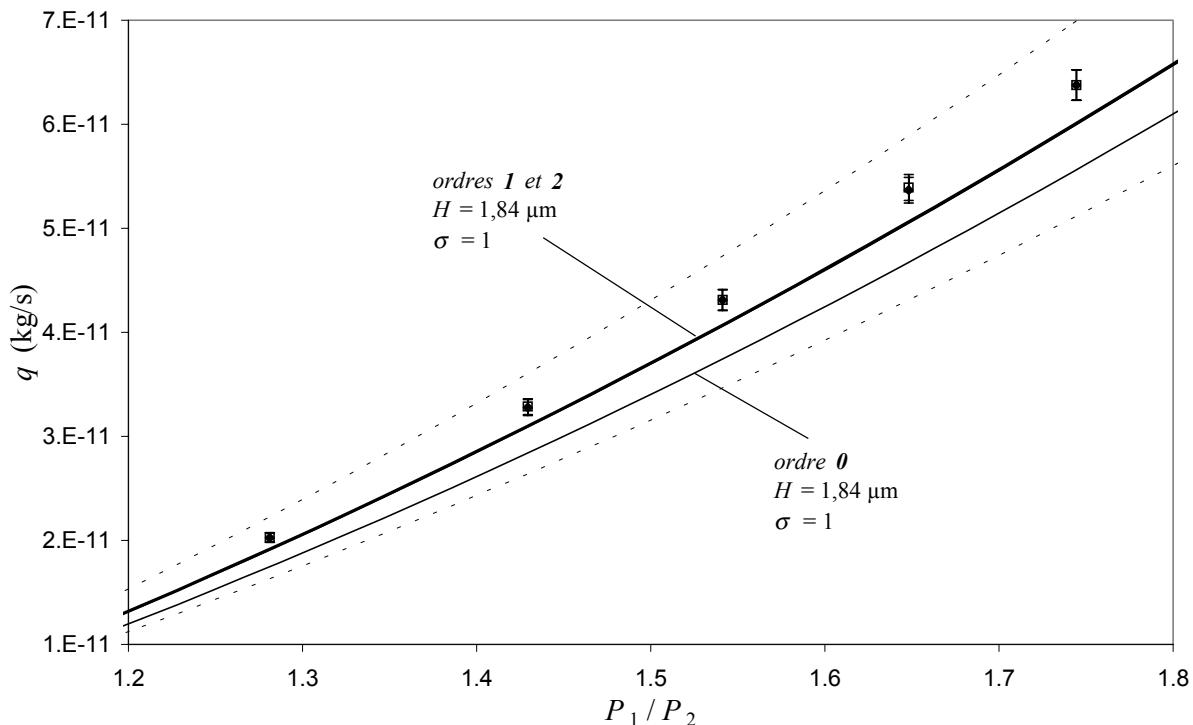


Figure 3.3- 4 : T2PL, écoulement d'azote, $T = 294,2$ K, $P_2 = 2,0 \cdot 10^5$ Pa, $0,01 < Kn < 0,017$

Les nombres de Knudsen sont compris entre 0,01 et 0,017, le régime d'écoulement est identique aux dernières mesures effectuées sur l'échantillon précédent.

Les courbes théoriques présentées sur ce graphique sont calculées à partir des dimensions mesurées des conduites. Les courbes en pointillés sont toujours représentatives de l'intervalle d'erreur commise sur la mesure de la profondeur. Nous remarquons que les points expérimentaux sont situés à l'intérieur de cet intervalle, mais ne correspondent pas exactement aux débits calculés avec les dimensions mesurées (courbes en traits pleins). Supposant les modèles d'ordres 1 et 2, avec des coefficients égaux à 1 ou 0,93 valides dans cette gamme de Knudsen (voir §3.3.2), nous estimons la profondeur apparente des conduites égale à $1,88 \mu\text{m}$ (voir graphique de la figure 3.3- 5).

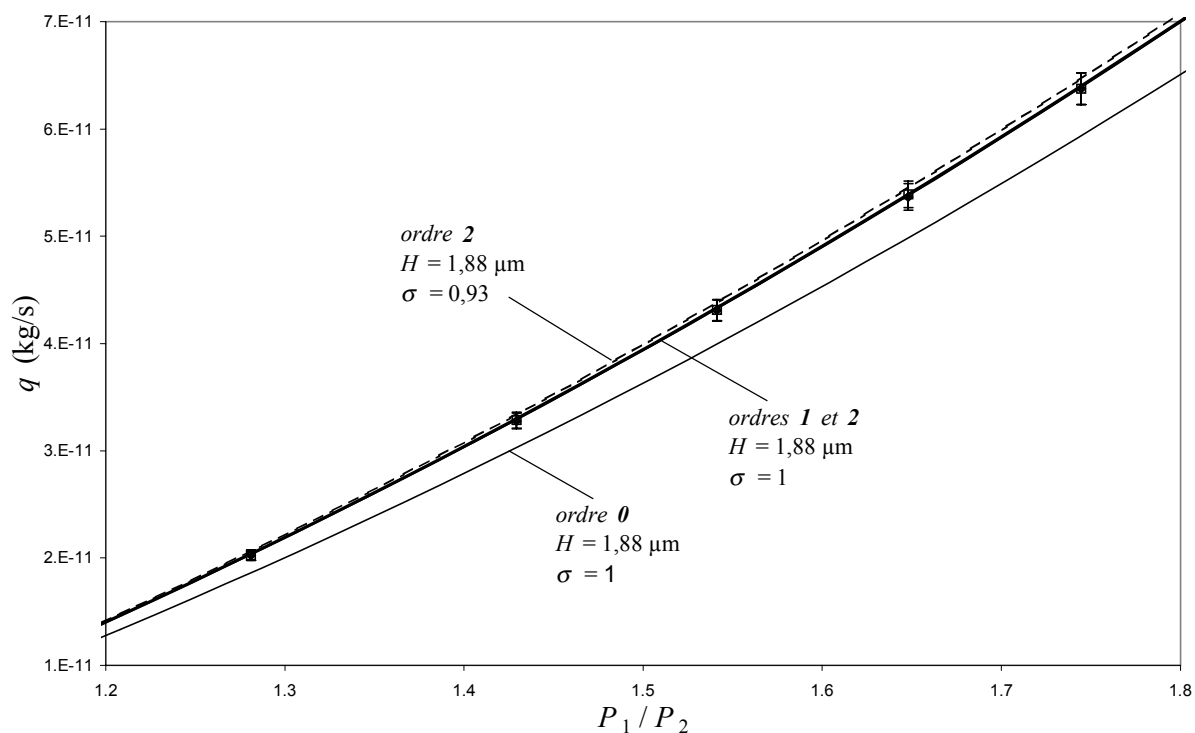


Figure 3.3- 5 : T2PL, écoulement d'azote, $T = 294,2 \text{ K}$, $P_2 = 2,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $0,01 < Kn < 0,017$

La série de mesures suivante a été réalisée avec une pression à l'aval de $0,65 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ avec le même gaz (Fig. 3.3- 6). Les nombres de Knudsen sont maintenant compris entre 0,027 et 0,053, correspondant à un régime de glissement (slip-flow). Les écarts entre l'ordre 1 et l'ordre 0 sont plus importants et l'ordre 2 commence à se distinguer de l'ordre 1.

Le modèle d'ordre 1 associé à un coefficient $\sigma = 1$ semble sous-estimer légèrement les résultats expérimentaux. Le modèle d'ordre 2 associé au même coefficient s'approche des points expérimentaux, et semble s'accorder avec un coefficient σ égal à 0,93. On peut noter qu'un modèle d'ordre 1 avec un coefficient $\sigma = 0,93$ est également en accord avec les points expérimentaux.

Ces deux séries de résultats expérimentaux sont également corrélés avec des modèles à l'ordre 2 pour une profondeur de $1,89 \mu\text{m}$ et un coefficient $\sigma = 1$, ainsi qu'une profondeur de $1,87 \mu\text{m}$ et un coefficient $\sigma = 0,90$, comme le montrent les graphiques dans l'annexe D.

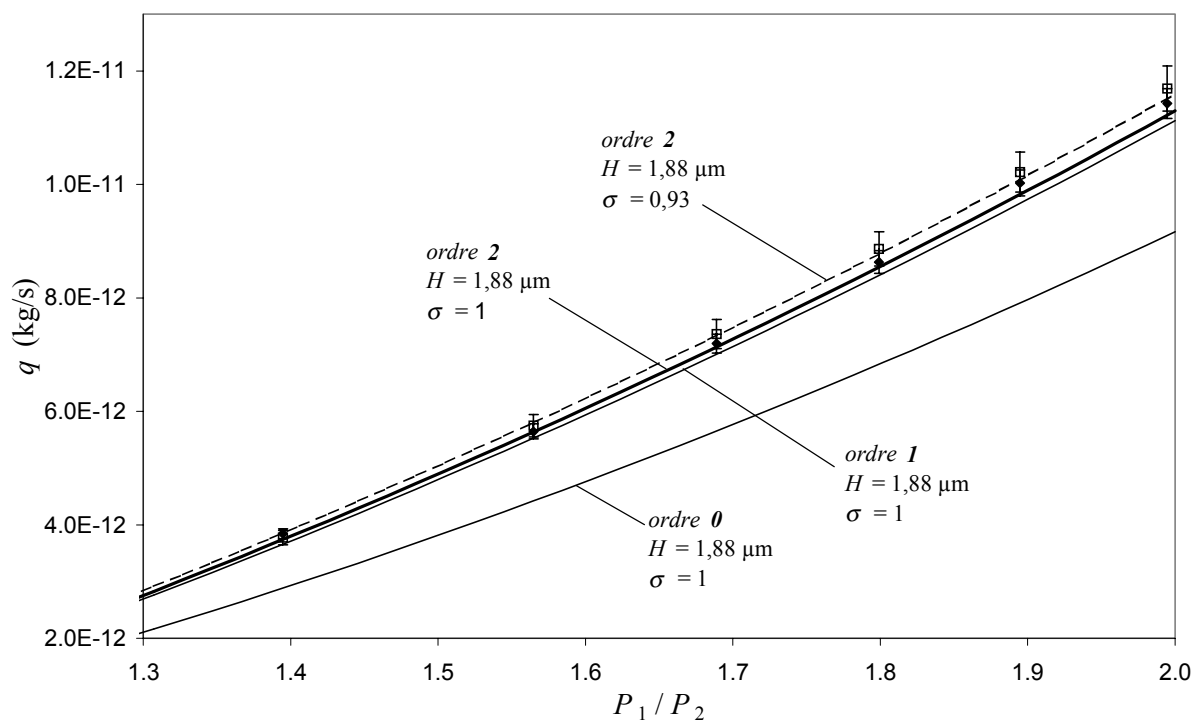


Figure 3.3- 6 : T2PL, écoulement d'azote, $T = 294,2 \text{ K}$, $P_2 = 0,65 \cdot 10^5 \text{ Pa}$,
 $0,027 < Kn < 0,053$

3. 3. 3. 2. Ecoulements d'hélium

Les séries de mesures suivantes sont relatives à des écoulements d'hélium. La première série a été réalisée avec une pression à l'aval de $1,9 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ (Fig. 3.3- 7).

Les nombres de Knudsen sont ainsi compris entre 0,029 et 0,053, qui correspondent au même régime que la série de mesures présentée précédemment.

De la même façon que pour l'azote, le modèle d'ordre 1 avec $\{H = 1,88 \mu\text{m} ; \sigma = 1\}$ sous-estime légèrement les résultats expérimentaux. Il semble que le modèle d'ordre 2 avec un coefficient $\sigma = 0,93$ corresponde mieux à la tendance expérimentale, tout comme pour l'azote. Les modèles d'ordre 2 avec $\{H = 1,89 \mu\text{m} ; \sigma = 1\}$ et $\{H = 1,87 \mu\text{m} ; \sigma = 0,90\}$ sont également en bon accord avec les points expérimentaux (voir annexe D).

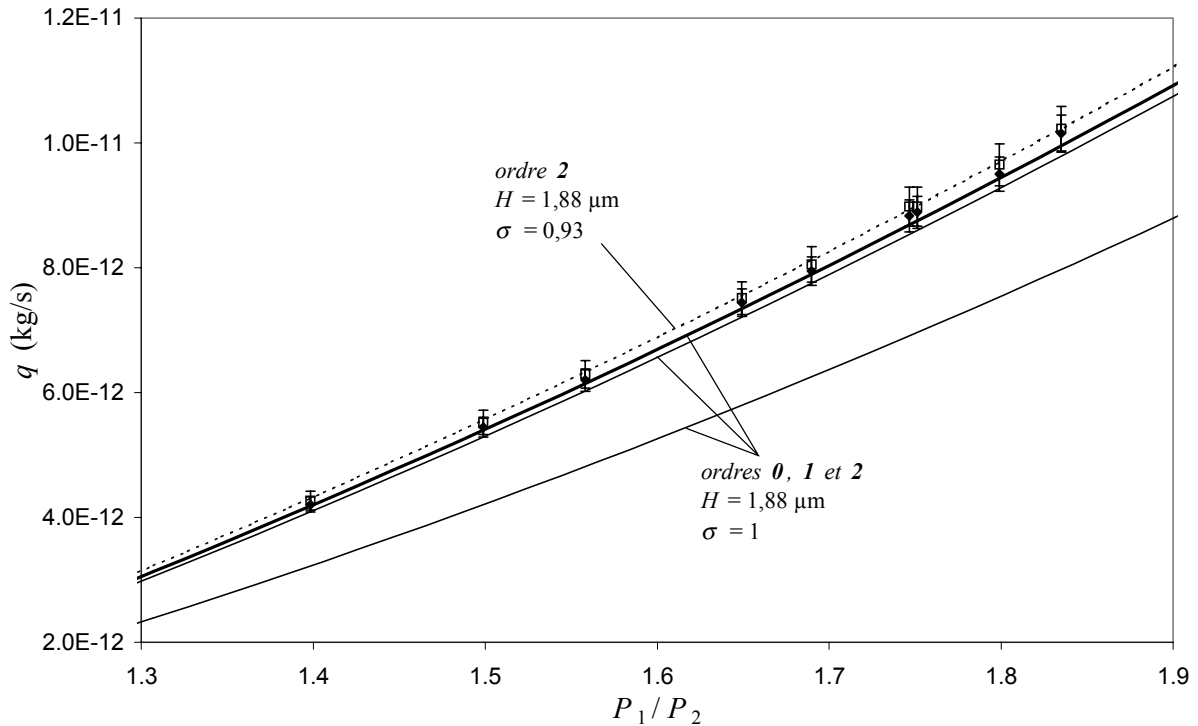


Figure 3.3- 7 : T2PL, écoulement d'hélium, $T = 294,2 \text{ K}$, $P_2 = 1,90 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $0,029 < Kn < 0,053$

Dans la série suivante, la pression à l'aval a été maintenue à $1,026 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ (Fig. 3.3- 8). Les nombres de Knudsen sont ici compris entre 0,05 et 0,1. Le régime d'écoulement est toujours glissant, jusqu'à la limite du régime de transition.

Les points expérimentaux amont et aval sont relativement écartés, mais les écarts restent compatibles avec les incertitudes de mesure liées aux écoulements d'hélium. La valeur moyenne des points amont et aval peut être considérée comme une valeur réaliste. Les écarts entre modèles d'ordres 0, 1 et 2 sont beaucoup plus marqués à ce régime d'écoulement. On constate que le modèle d'ordre 1 avec $\{H = 1,88 \mu\text{m} ; \sigma = 1\}$ sous-estime largement les résultats expérimentaux. Les courbes relatives aux modèles d'ordre 1 avec $\{H = 1,89 \mu\text{m} ; \sigma = 1\}$ et $\{H = 1,87 \mu\text{m} ; \sigma = 1\}$ sous-estiment également ces valeurs. Le modèle d'ordre 1 ne reste donc valide que si les coefficients de réflexion sont inférieurs à 1. Des modèles d'ordre 1 avec $\{H = 1,88 \mu\text{m} ; \sigma = 0,93\}$ ou $\{H = 1,87 \mu\text{m} ; \sigma = 0,90\}$ sont satisfaisants, bien que légèrement en-dessous des points expérimentaux.

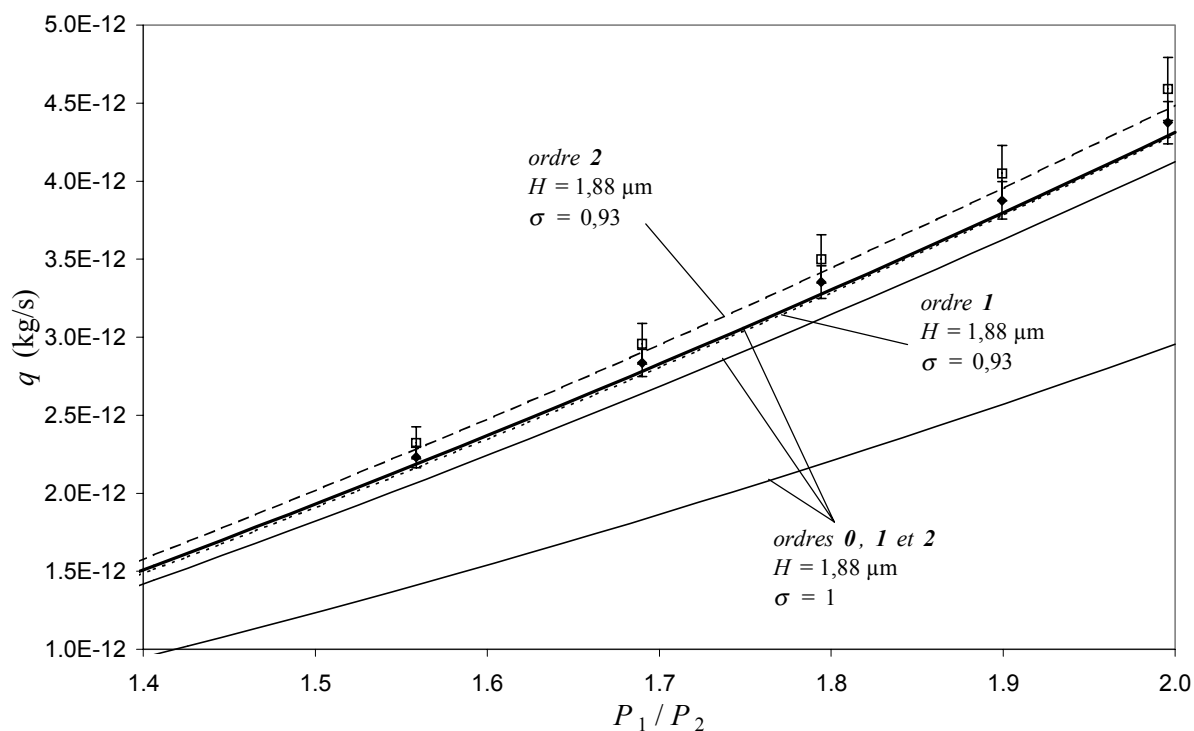


Figure 3.3- 8 : T2PL, écoulement d'hélium, $T = 294,2 \text{ K}$, $P_2 = 1,026 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $0,05 < Kn < 0,1$

Les modèles d'ordre 2 avec $\{H = 1,88 \mu\text{m} ; \sigma = 0,93\}$ ou $\{H = 1,87 \mu\text{m} ; \sigma = 0,90\}$ semblent être mieux adaptés à suivre la tendance expérimentale. Le modèle d'ordre 2 avec $\{H = 1,88 \mu\text{m} ; \sigma = 1\}$ est également satisfaisant, mais légèrement en-dessous des résultats expérimentaux.

En conclusion, pour le régime d'écoulement glissant avec des nombres de Knudsen compris entre 0,05 et 0,1, les modèles d'ordre 1 affectés de coefficients de réflexion égaux à 1 sous-estiment largement les points expérimentaux (de 8 % à 10 %). Les modèles d'ordre 2 semblent mieux adaptés avec des coefficients de réflexion compris entre 0,9 et 1.

Pour la série suivante, le régime d'écoulement est encore plus raréfié et correspond à un régime de dit de transition¹⁴. La pression à l'aval a été maintenue à $0,50 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, les nombres de Knudsen sont compris entre 0,1 et 0,2 (Fig. 3.3- 9).

¹⁴ Le régime de transition est un régime où les équations de Navier-Stokes ne sont a priori plus applicables. La limites entre le régime glissant et le régime de transition est définie classiquement à un Knudsen de 0,1, mais elle reste cependant discutable. Au-delà de 0,1, on parle également d'un régime modérément raréfié. Par simplicité, nous conservons le terme de transition pour les essais effectués à des nombres de Knudsen au-delà de 0,1.

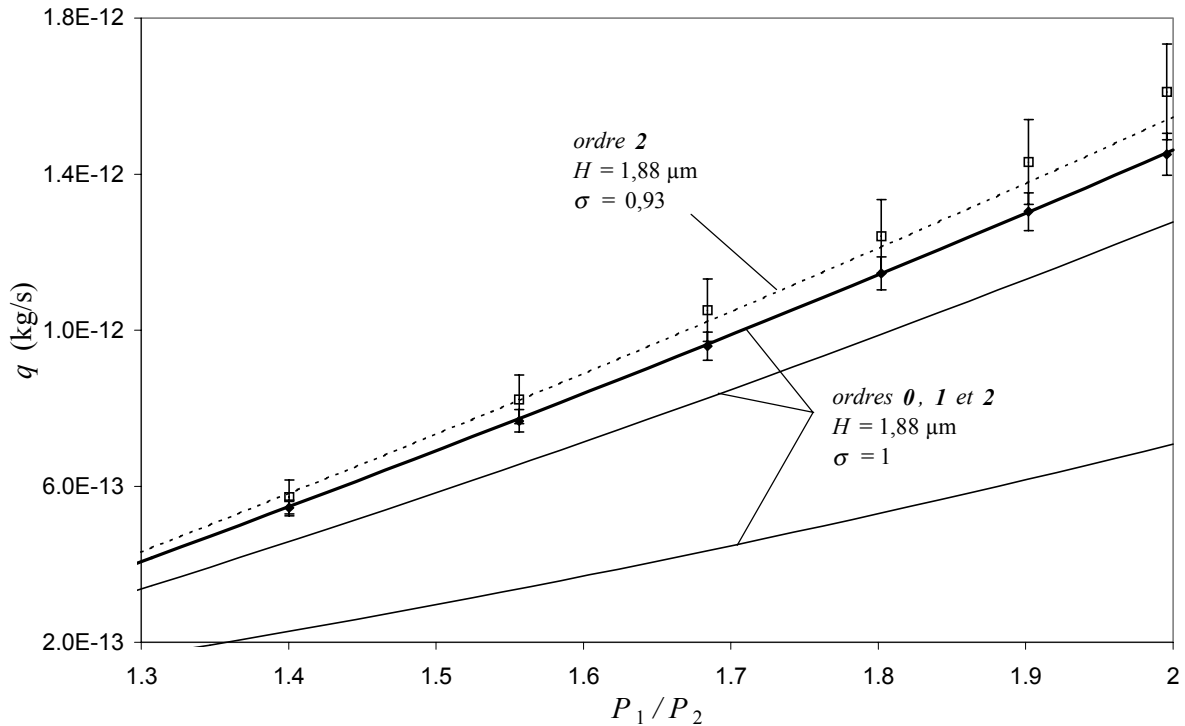


Figure 3.3- 9 : T2PL, écoulement d'hélium, $T = 294,2 \text{ K}$, $P_2 = 0,50 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $0,1 < Kn < 0,2$

La confrontation des différentes théories avec les points expérimentaux devient plus difficile puisque il apparaît des écarts significatifs entre les valeurs amont et aval. On constate toutefois que les modèles d'ordre 1 sous-estiment largement les débits, quels que soient les coefficients de réflexion pris en compte. On peut estimer d'après ce graphique que les modèles d'ordre 2 avec $\{H = 1,88 \mu\text{m} ; \sigma = 1\}$ autant que $\{H = 1,88 \mu\text{m} ; \sigma = 0,93\}$ et $\{H = 1,89 \mu\text{m} ; \sigma = 1\}$ rendent correctement compte de ce régime d'écoulement. En revanche, le modèle d'ordre 2 avec $\{H = 1,87 \mu\text{m} ; \sigma = 0,90\}$ semble surestimer les valeurs expérimentales.

3. 3. 3. 3. Synthèse, influence de la raréfaction

Les essais effectués sur l'échantillon T2PL ont montré que des écoulements d'azote ou d'hélium, en régime glissant où $0 < Kn < 0,05$, peuvent être correctement modélisés avec des conditions aux limites de saut de vitesse développées au premier ordre, quels que soient les coefficients de réflexion pris en compte (entre 0,9 et 1). Pour des nombres de Knudsen supérieurs à 0,05, les modèles d'ordre 1 associés à des coefficients de réflexion égaux à 1

sous-estiment les résultats expérimentaux. Les modèles d'ordre 2 sont en revanche plus adaptés à ces régimes d'écoulements.

Les expériences suivantes ont été effectuées avec de l'azote et de l'hélium avec un rapport de pression constant ($P_1 / P_2 = 1,8$) entre l'amont et l'aval de l'échantillon. Les valeurs expérimentales sont adimensionnalisées par les débits théoriques d'écoulements sans glissement (équation (3.3- 4)), et inversées pour limiter les bornes entre 0 et 1 (Fig. 3.3- 10).

Ces séries de mesures sont plus délicates à réaliser que les précédentes. Les pressions à l'amont ainsi qu'à l'aval doivent être maîtrisées pour respecter le rapport de pression égal à 1,8. Lors des mesures précédentes, seule la pression à l'aval devait être maintenue constante. De plus, une grande partie des points expérimentaux sont issus d'essais à des pressions inférieures à la pression atmosphérique (pour augmenter le nombre de Knudsen), où les écarts entre les débits mesurés à l'amont et à l'aval sont importantes ainsi que les incertitudes. Les données expérimentales sont représentées avec leur barre d'erreur. Nous considérerons comme précédemment que la valeur moyenne des points amont et aval est une valeur réaliste. Le graphique de la figure 3.3- 11 présente une confrontation théorie / expériences avec les valeurs expérimentales moyennes.

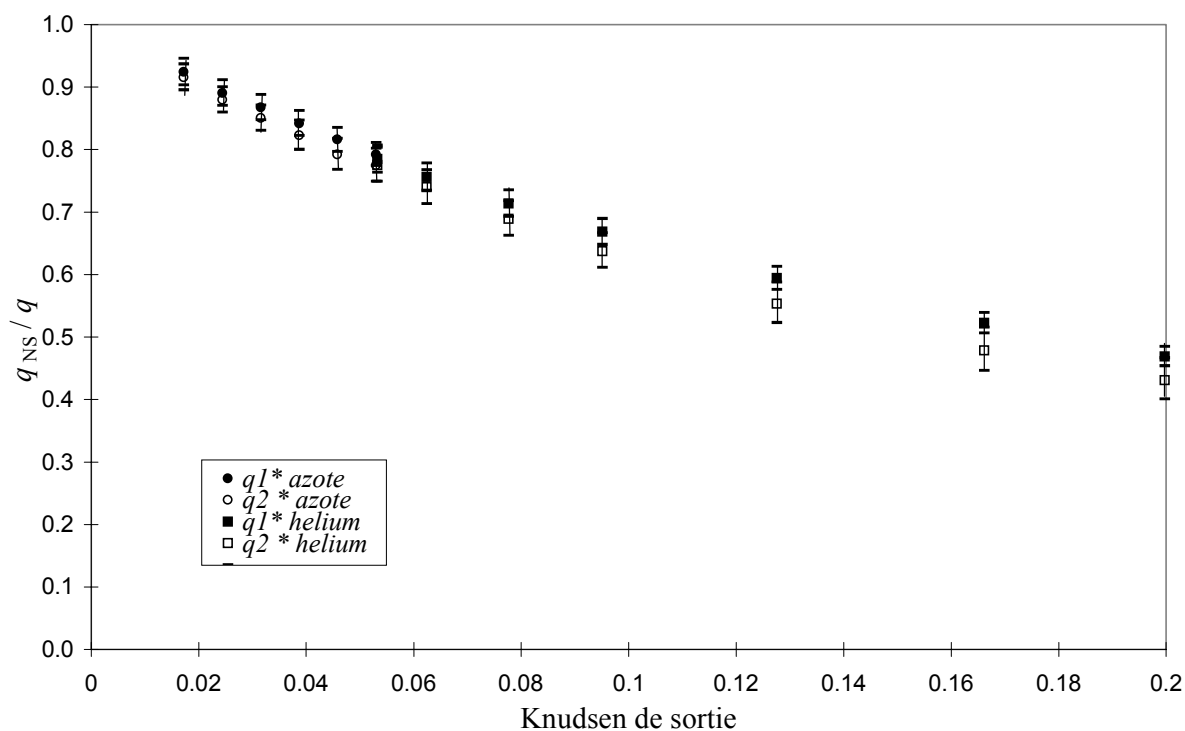


Figure 3.3- 10 : T2PL, débits adimensionnels, $T = 294,2$ K, $P_1 / P_2 = 1,8$

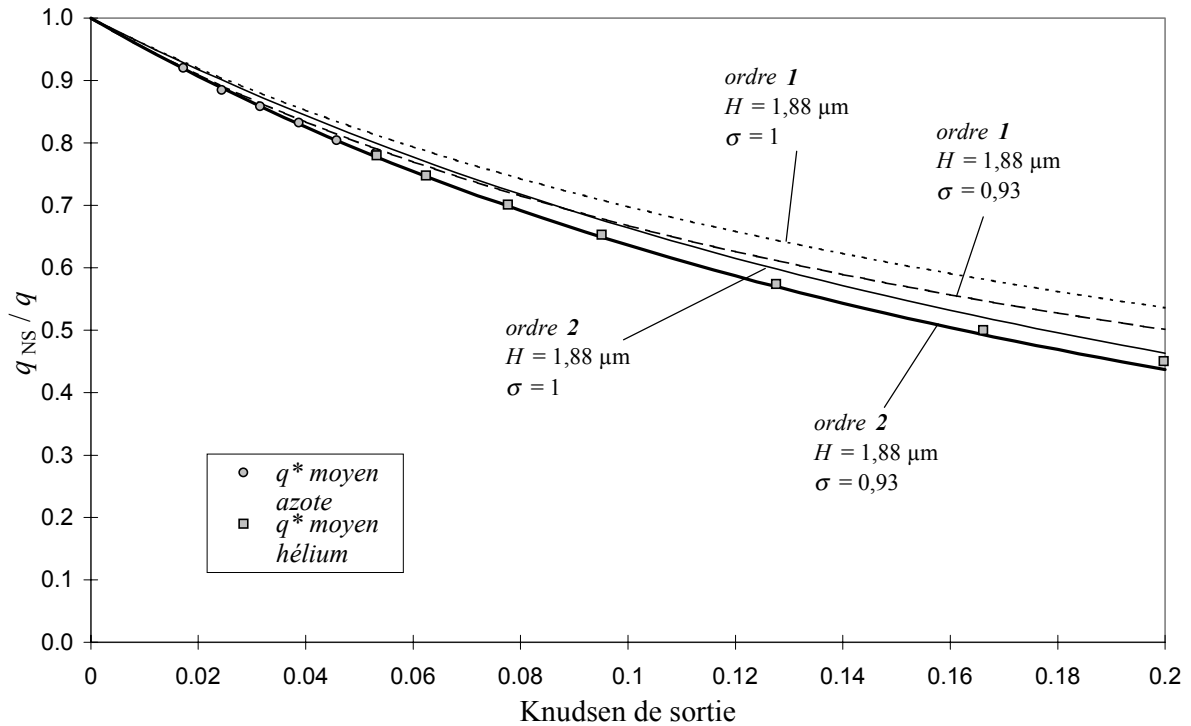


Figure 3.3- 11 : T2PL, débits adimensionnels, $T = 294,2 \text{ K}$, $P_1 / P_2 = 1,8$

On observe sur la figure 3.3- 11 la déviation des points expérimentaux par rapport aux modèles de premier ordre à partir de $Kn = 0,05$. Le modèle d'ordre 2 apparaît adapté pour modéliser indifféremment des écoulements d'azote ou d'hélium pour des nombres de Knudsen inférieurs à 0,2, avec des coefficients de réflexion proches de 0,9.

3. 3. 4. Echantillon T3, régimes faiblement raréfiés à régime de transition

L'échantillon T3 est constitué de 380 conduites, dont la profondeur moyenne mesurée est de $1,15 \mu\text{m}$. Des écoulements d'azote et d'hélium ont été également testés, avec des nombres de Knudsen compris entre 0,016 et 0,22.

3. 3. 4. 1. Ecoulements d'azote

La première série de mesures pour cet échantillon est relative à un écoulement d'azote avec une pression à l'aval de $1,9 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ (Fig. 3.3- 12). Les nombres de Knudsen sont compris entre 0,016 et 0,03, qui correspondent à des écoulements en régime glissant.

Les courbes théoriques tracées sur ce graphique sont calculées à partir de la profondeur mesurée $H = 1,15 \mu\text{m}$. Les courbes en pointillés sont toujours représentatives de l'incertitude sur la mesure de la profondeur.

Les confrontations théories / expériences relatives à l'échantillon T2PL ont montré que des écoulements en régime glissant sont préférablement modélisés par des modèles à l'ordre 2 avec des coefficients de réflexion entre 0,9 et 1. Un modèle à l'ordre 2 avec un coefficient $\sigma = 0,93$ donne une bonne prédiction pour ce régime. Une courbe théorique calculée avec $\{H = 1,15 \mu\text{m} ; \sigma = 0,93\}$ montre que la profondeur mesurée correspond à la profondeur apparente. Une profondeur égale à $1,16 \mu\text{m}$ est également plausible (courbes présentées en annexe E).

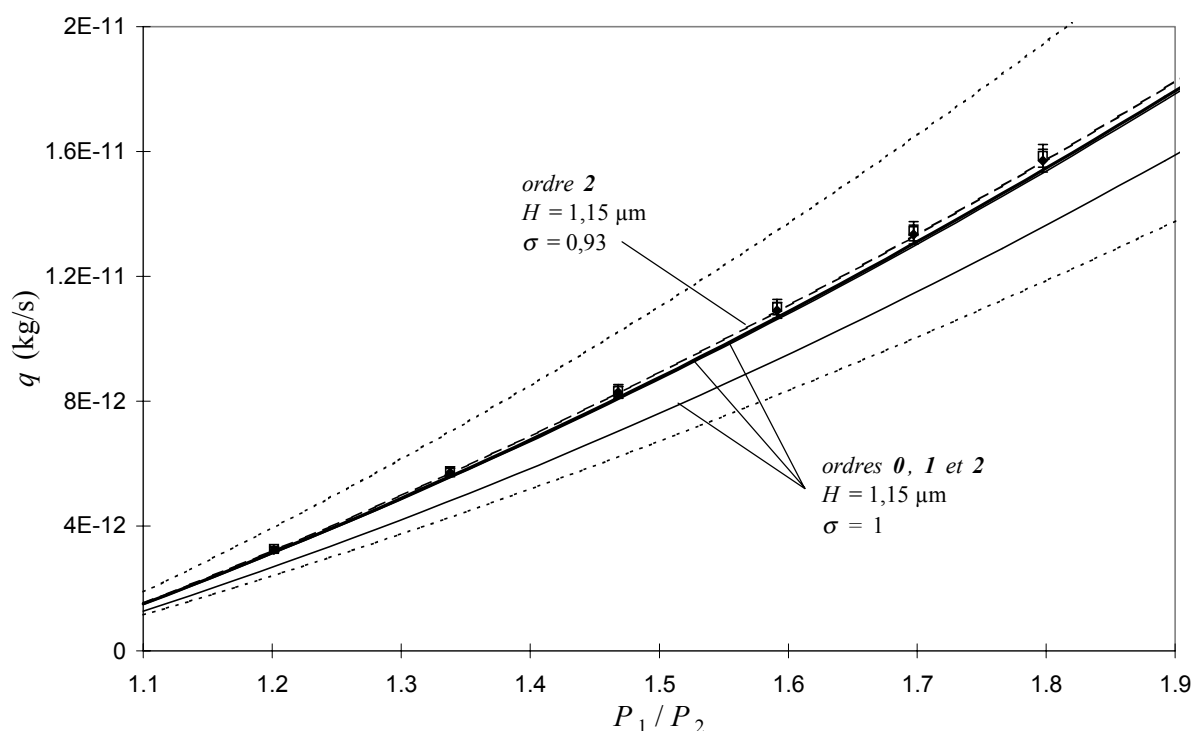


Figure 3.3- 12 : T3, écoulement d'azote, $T = 294,2 \text{ K}$, $P_2 = 1,9 \cdot 10^5 \text{ Pa}$,
 $0,016 < Kn < 0,03$

La série de mesures suivante correspond à des écoulements d'azote avec une pression à l'aval de $0,65 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ (Fig. 3.3- 13). Les nombres de Knudsen sont alors compris entre 0,04 et 0,09 (régime glissant).

Pour une profondeur de $1,15 \mu\text{m}$ comme $1,16 \mu\text{m}$, un modèle d'ordre 2 avec un coefficient $\sigma = 0,93$ est plus adapté à ce régime d'écoulement. Ces mesures confirment les observations faites sur l'échantillon T2PL.

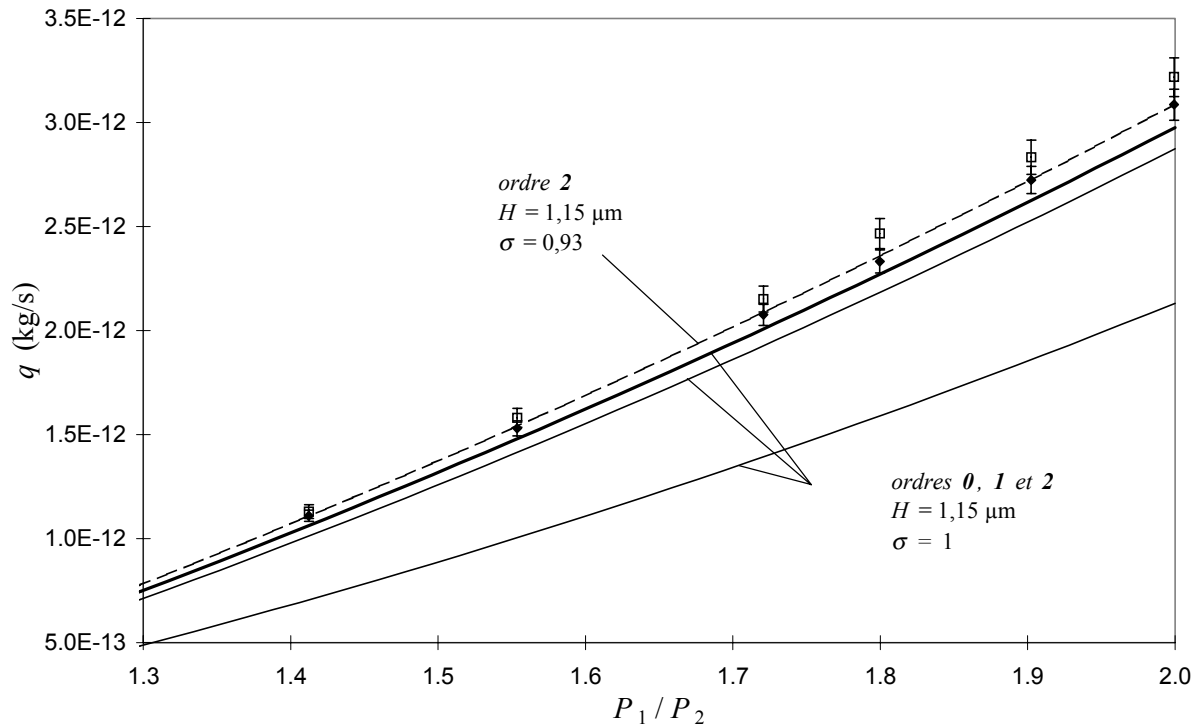


Figure 3.3- 13 : T3, écoulement d'azote, $T = 294,2 \text{ K}$, $P_2 = 0,65 \cdot 10^5 \text{ Pa}$,
 $0,04 < Kn < 0,09$

3. 3. 4. 2. Ecoulements d'hélium

Pour les trois séries de mesures suivantes, le gaz utilisé est de l'hélium, les pressions à l'aval sont respectivement de $1,9 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $1,2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ et $0,75 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Le régime d'écoulement pour la première série est un régime glissant, le régime de la seconde série est glissant et de transition, et le régime de la troisième série est uniquement de transition. Les trois séries comparées aux modèles calculés à partir de $H = 1,15 \mu\text{m}$ sont présentées sur les figures 3.3- 14 à 3.3- 16. Les courbes théoriques calculées avec $H = 1,16 \mu\text{m}$ sont dans l'annexe E.

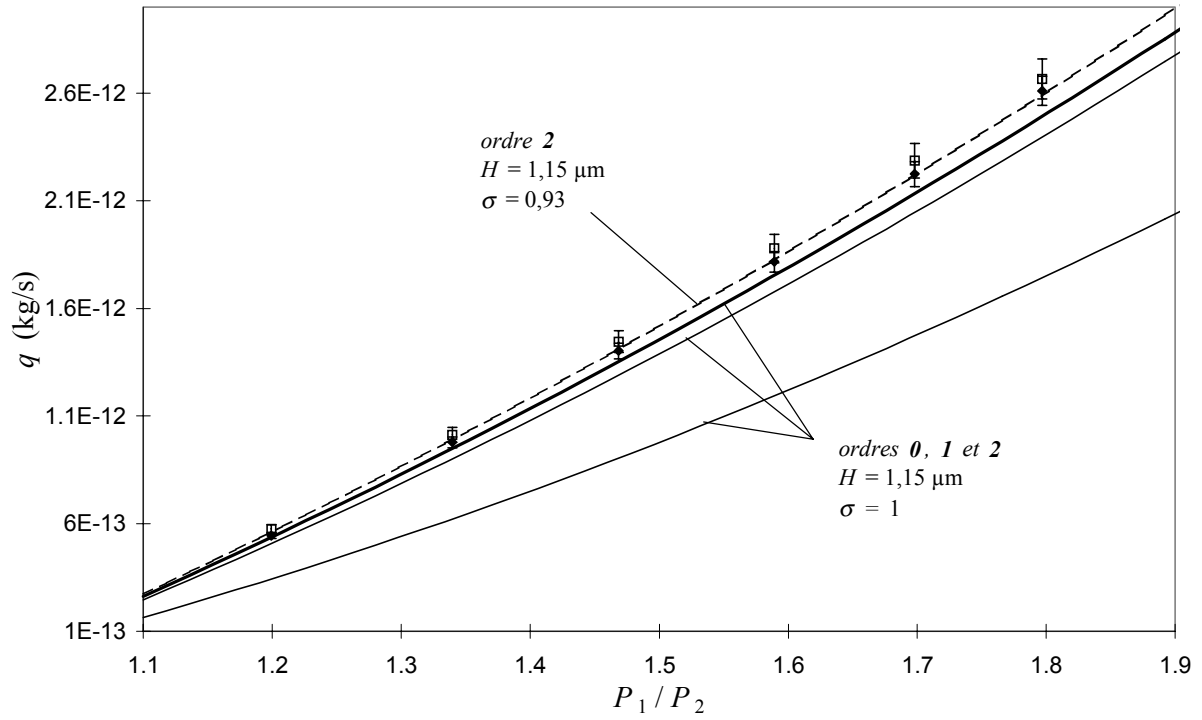


Figure 3.3- 14 : T3, écoulement d'hélium, $T = 294,2 \text{ K}$, $P_2 = 1,9 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $0,05 < Kn < 0,09$

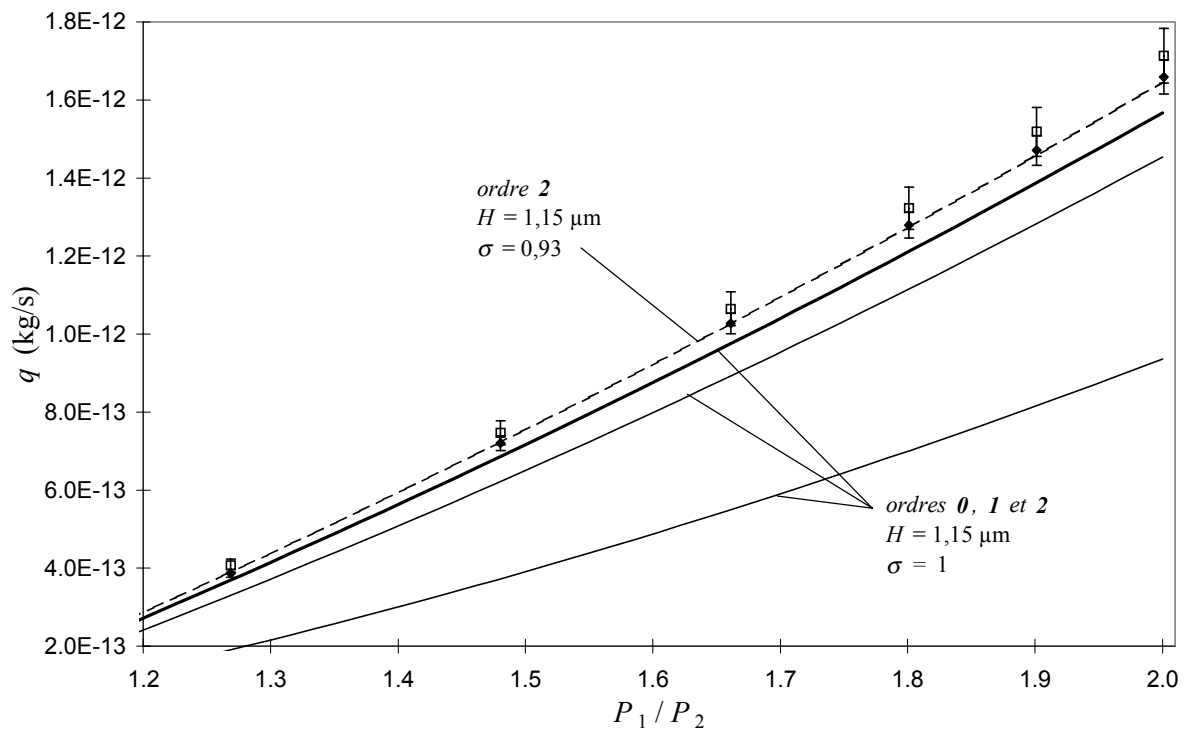


Figure 3.3- 15 : T3, écoulement d'hélium, $T = 294,2 \text{ K}$, $P_2 = 1,2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $0,07 < Kn < 0,14$

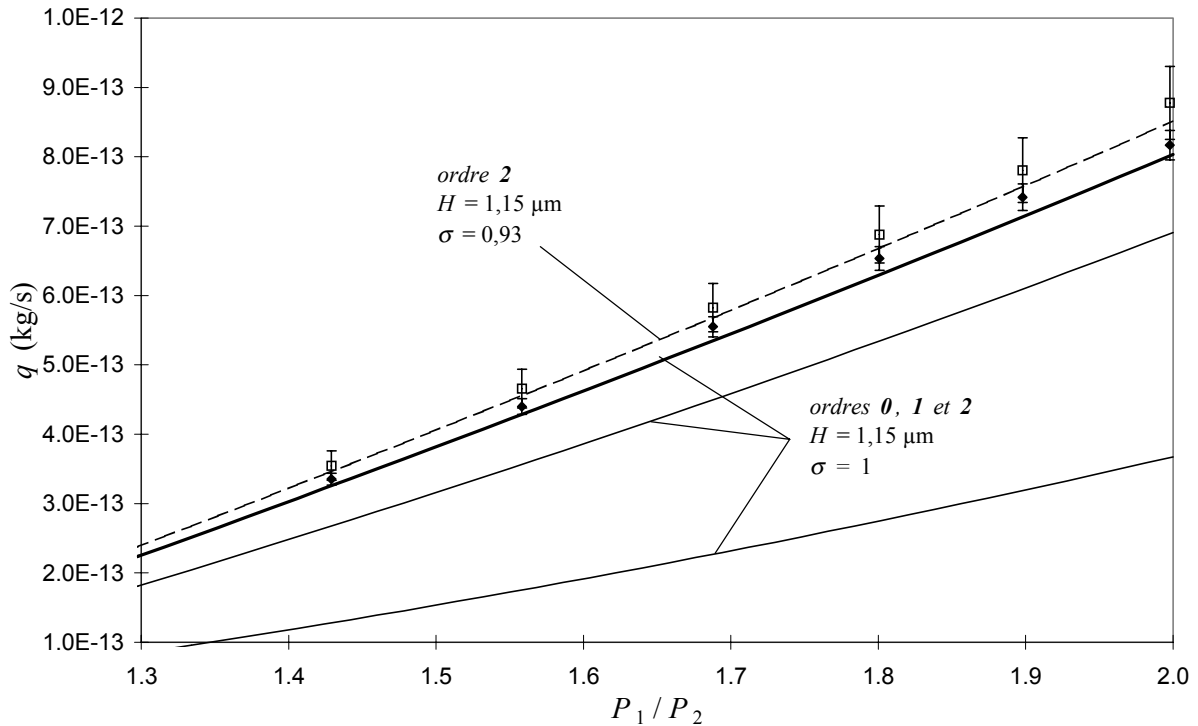


Figure 3.3- 16 : T3, écoulement d'hélium, $T = 294,2$ K, $P_2 = 0,75 \cdot 10^5$ Pa, $0,1 < Kn < 0,22$

Les régimes d'écoulements relatifs à ces séries de mesures sont comparables à ceux rencontrés lors des mesures sur l'échantillon T2PL. Les erreurs expérimentales relatives aux mesures sur l'échantillon T3 en régime de transition sont moins grandes que pour l'échantillon T2PL puisque les pressions de test sont un peu plus élevées. Cela nous permet de confronter les différentes théories avec les résultats expérimentaux de manière plus précise.

Il apparaît que le modèle d'ordre 2 avec un coefficient $\sigma = 0,93$ suit correctement la tendance expérimentale avec $H = 1,15$ μm autant qu'avec $H = 1,16$ μm .

3. 3. 4. 3. Synthèse, influence de la raréfaction

Deux séries de tests supplémentaires viennent confirmer la validité de ce modèle pour des écoulements d'azote ou d'hélium avec des nombres de Knudsen inférieurs à 0,22. Le graphiques 3.3- 17 et 3.3- 18 présentent les débits adimensionnels de la même manière que pour l'échantillon T2PL (cf. §3.3.3.3), dans les cas où $H = 1,15$ μm et $H = 1,16$ μm . Les points tracés sur ce graphique sont les valeurs moyennes des points amont et aval.

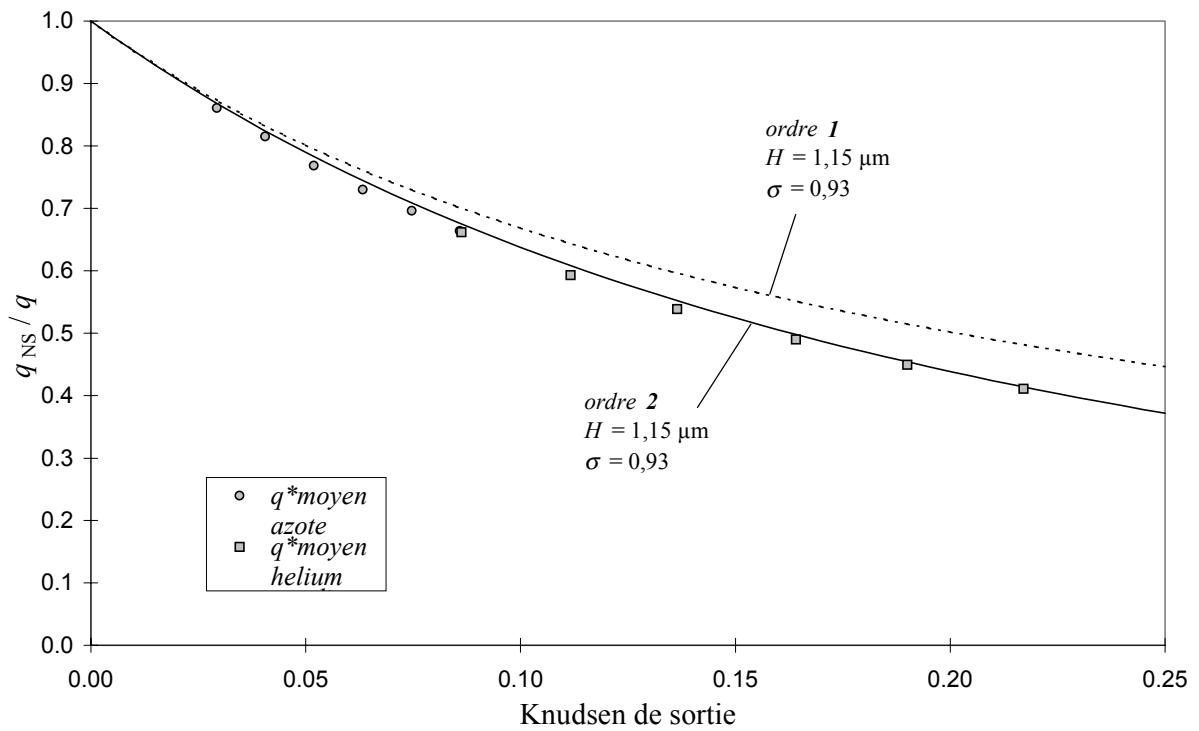


Figure 3.3- 17 : T3, débits adimensionnels, $T = 294,2 \text{ K}$, $P_1 / P_2 = 1,8$, $H = 1,15 \mu\text{m}$

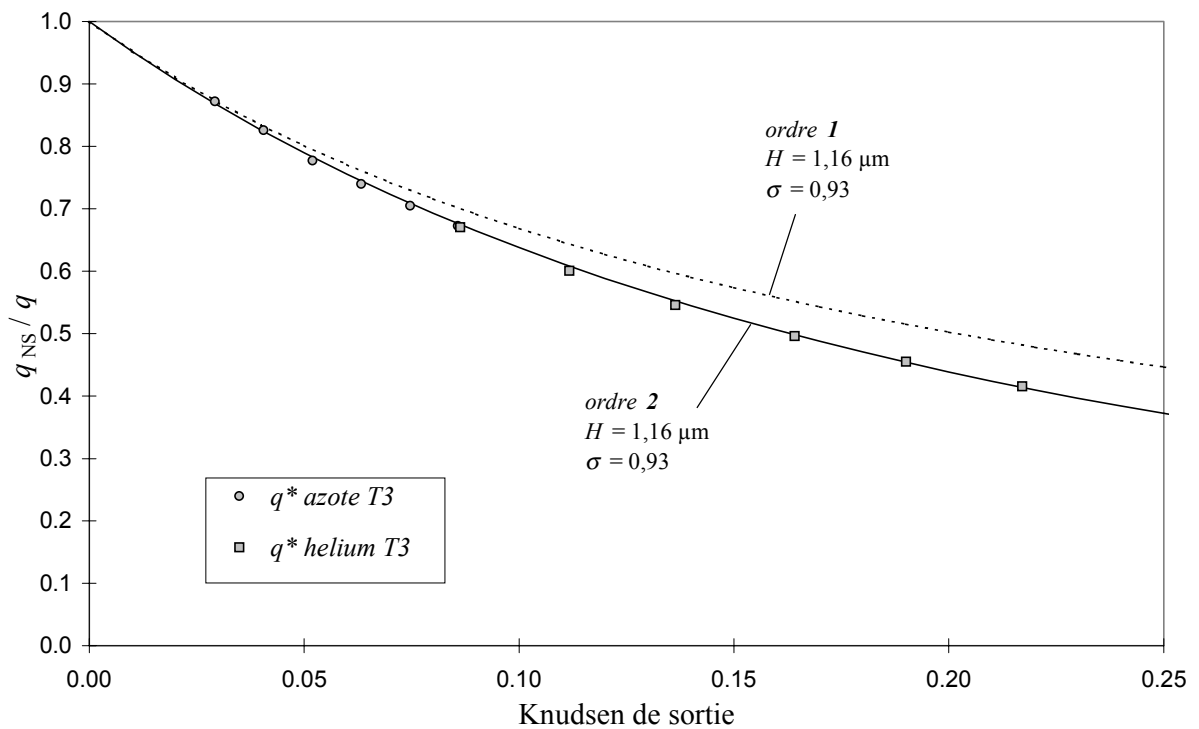


Figure 3.3- 18 : T3, débits adimensionnels, $T = 294,2 \text{ K}$, $P_1 / P_2 = 1,8$, $H = 1,16 \mu\text{m}$

3. 3. 5. Echantillon T4, régime glissant à régime de transition

L'échantillon T4 est constitué de 575 conduites, la profondeur moyenne mesurée est de $0,54 \mu\text{m}$. Les gaz testés sont l'azote et l'hélium. Cette profondeur de conduite inférieure au micron permet de réaliser des écoulements dans le régime dit de transition jusqu'à des nombres de Knudsen proches de 0,5.

3. 3. 5. 1. Ecoulements d'azote

La première série de mesures est relative à des écoulements d'azote avec une pression aval de $1,9 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ (Fig. 3.3- 19). Les nombres de Knudsen sont compris entre 0,035 et 0,06, correspondant à un régime d'écoulement glissant.

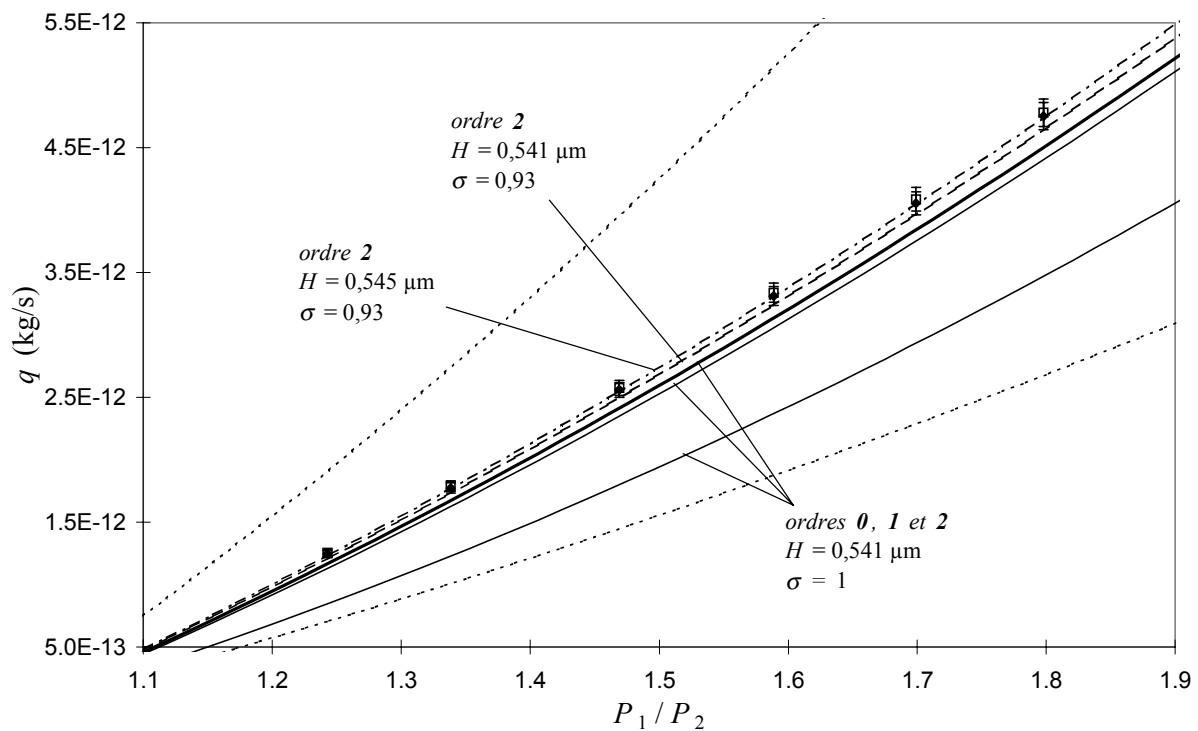


Figure 3.3- 19 : T4, écoulement d'azote, $T = 294,2 \text{ K}$, $P_2 = 1,9 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $0,035 < Kn < 0,06$

Les courbes théoriques basées sur la profondeur mesurée $H = 0,541 \mu\text{m}$ sont tracées, ainsi que les courbes théoriques à l'ordre 2 relatives à l'incertitude sur la mesure de profondeur.

Le modèle d'ordre 2 associé à un coefficient $\sigma = 0,93$ donne une bonne corrélation avec une profondeur apparente de $0,545 \mu\text{m}$.

La série de mesure suivante a été réalisée avec une pression à l'aval de $1,2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ (Fig. 3.3- 20). Les nombres de Knudsen sont compris entre 0,05 et 0,1, correspondant au régime glissant, à la limite du régime de transition.

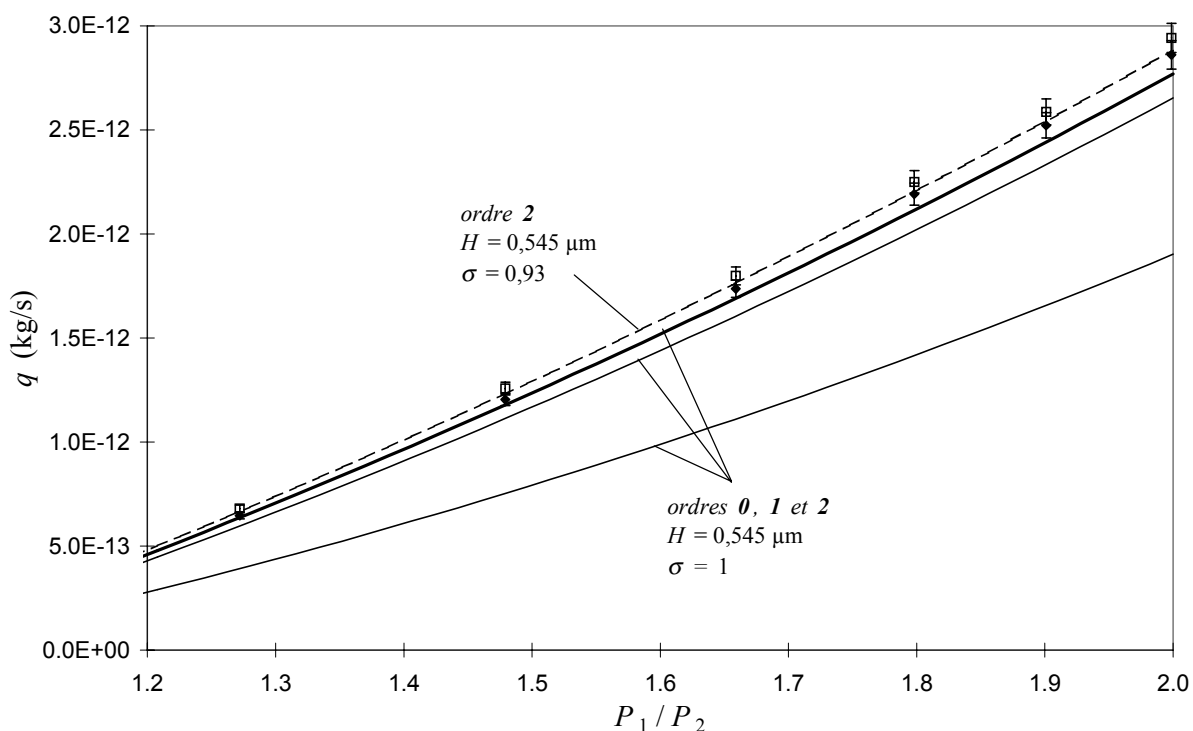


Figure 3.3- 20 : T4, écoulement d'azote, $T = 294,2 \text{ K}$, $P_2 = 1,2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $0,05 < Kn < 0,1$

Le modèle théorique d'ordre 2 calculé avec la profondeur apparente $H = 0,545 \mu\text{m}$ et $\sigma = 0,93$ permet de suivre parfaitement les résultats expérimentaux. Cette conclusion est également valable pour le régime de transition où les nombres de Knudsen sont compris entre 0,08 et 0,16 (Fig. 3.3- 21).

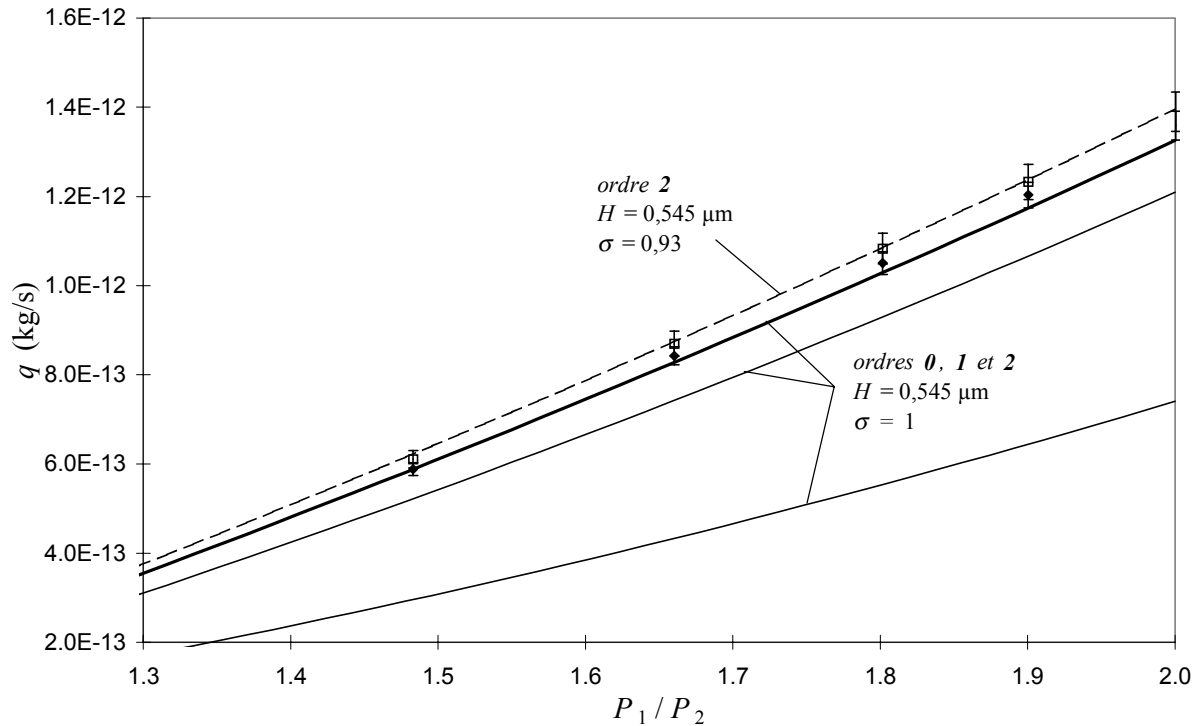


Figure 3.3- 21 : T4, écoulement d'azote, $T = 294,2 \text{ K}$, $P_2 = 0,75 \cdot 10^5 \text{ Pa}$,
 $0,08 < Kn < 0,16$

3. 3. 5. 2. Ecoulements d'hélium

Toutes les séries de mesures suivantes ont été effectuées en régime de transition, avec des nombres de Knudsen compris entre 0,1 et 0,47.

Pour la première série, la pression à l'aval a été maintenue à $1,9 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ (Fig. 3.3- 22). Les nombres de Knudsen sont alors compris entre 0,1 et 0,19, le modèle d'ordre 2 avec $\sigma = 0,93$ est en bonne corrélation avec les points expérimentaux.

Pour la deuxième série, la pression à l'aval a été maintenue à $1,2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ (Fig. 3.3- 23). Les nombres de Knudsen sont compris entre 0,15 et 0,3. Le même modèle semble à présent surestimer les résultats expérimentaux. Cette surestimation est encore plus évidente lorsque l'écoulement se raréfie (Fig. 3.3- 24). Pour cette dernière série de mesures, les nombres de Knudsen sont compris entre 0,23 et 0,47.

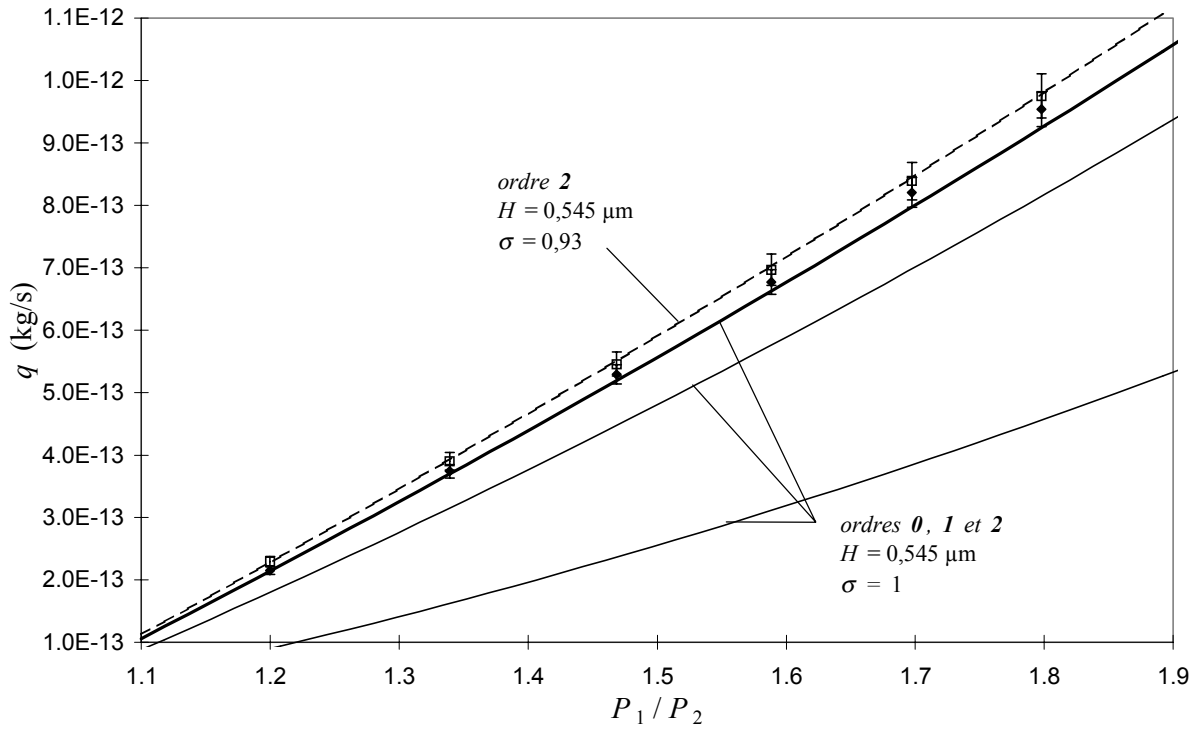


Figure 3.3- 22 : T4, écoulement d'hélium, $T = 294,2 \text{ K}$, $P_2 = 1,9 \cdot 10^5 \text{ Pa}$,
 $0,1 < Kn < 0,19$

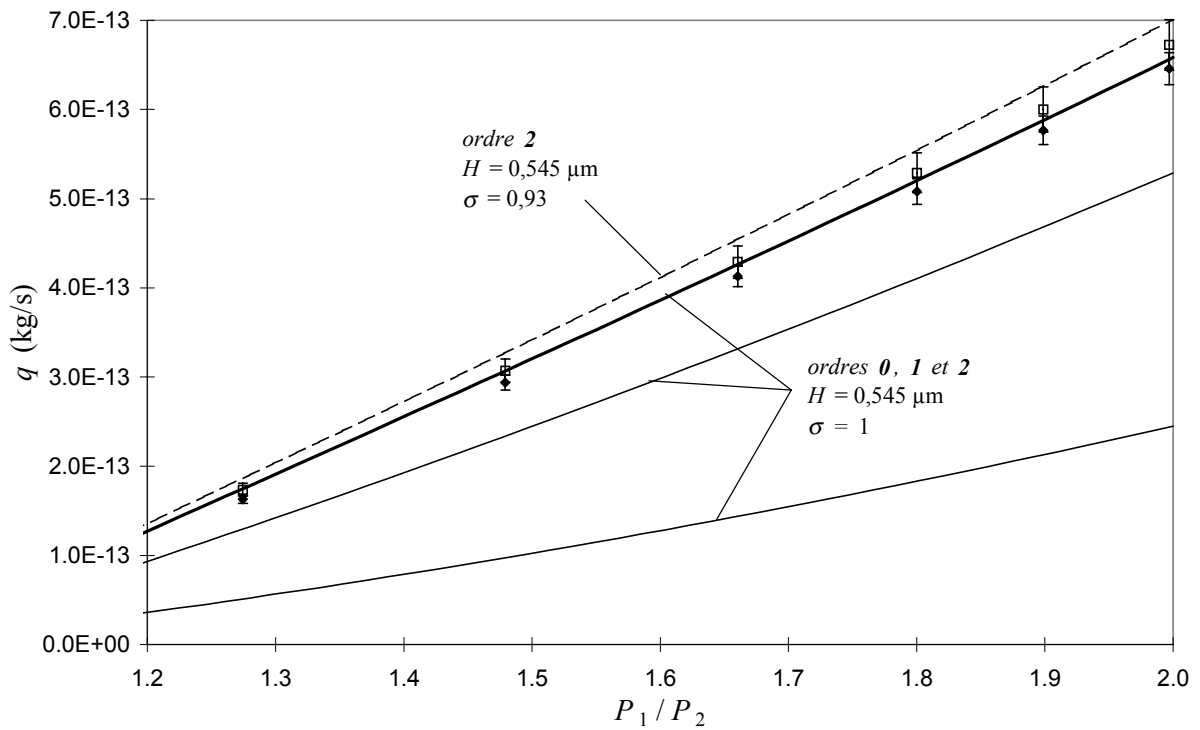


Figure 3.3- 23 : T4, écoulement d'hélium, $T = 294,2 \text{ K}$, $P_2 = 1,2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$,
 $0,15 < Kn < 0,3$

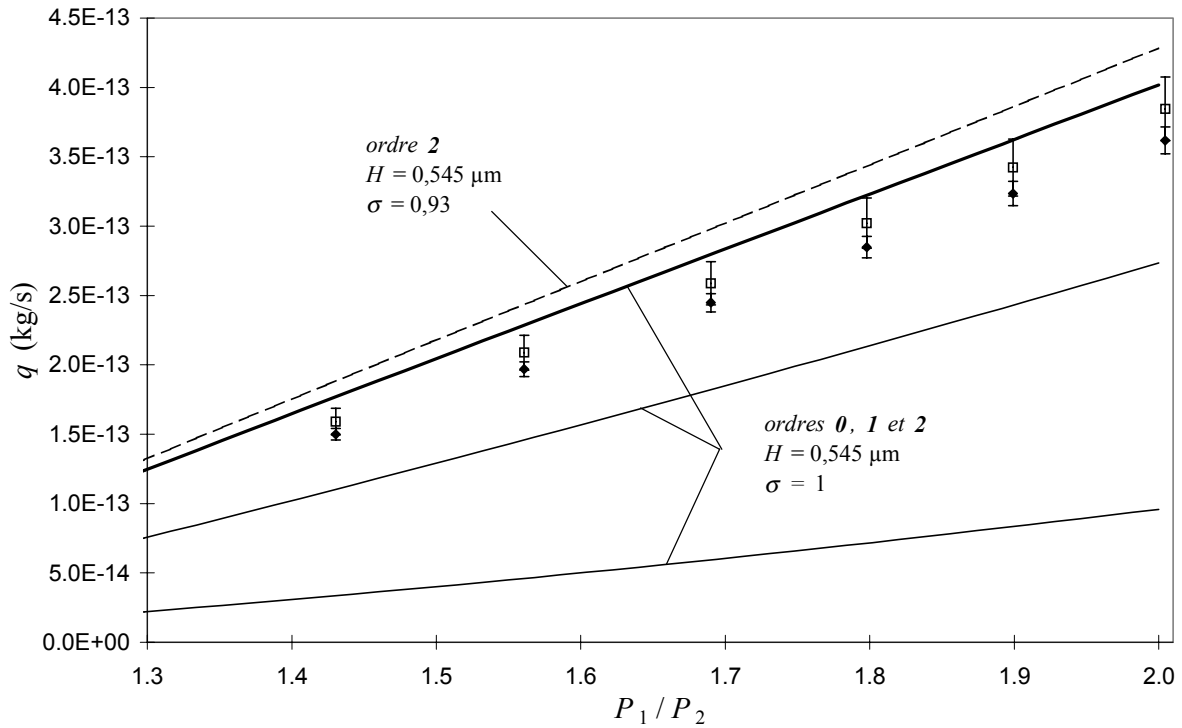


Figure 3.3- 24 : T4, écoulement d'hélium, $T = 294,2 \text{ K}$, $P_2 = 0,75 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $0,23 < Kn < 0,47$

3. 3. 5. 3. Influence de la raréfaction

Les séries de mesures suivantes permettent de déterminer une limite de validité du modèle. Ces séries sont réalisées avec de l'azote et de l'hélium avec un rapport de pression constant entre l'amont et l'aval de l'échantillon ($P_1 / P_2 = 1,8$, Fig. 3.3- 25). L'écart entre les résultats expérimentaux et la théorie d'ordre deux avec $\sigma = 0,93$ devient significatif à partir d'un nombre de Knudsen de sortie égal à 0,2. Les points expérimentaux sont cependant compris entre les courbes théoriques correspondant aux modèles d'ordre 1 et d'ordre 2, pour des nombres de Knudsen allant jusqu'à 0,5.

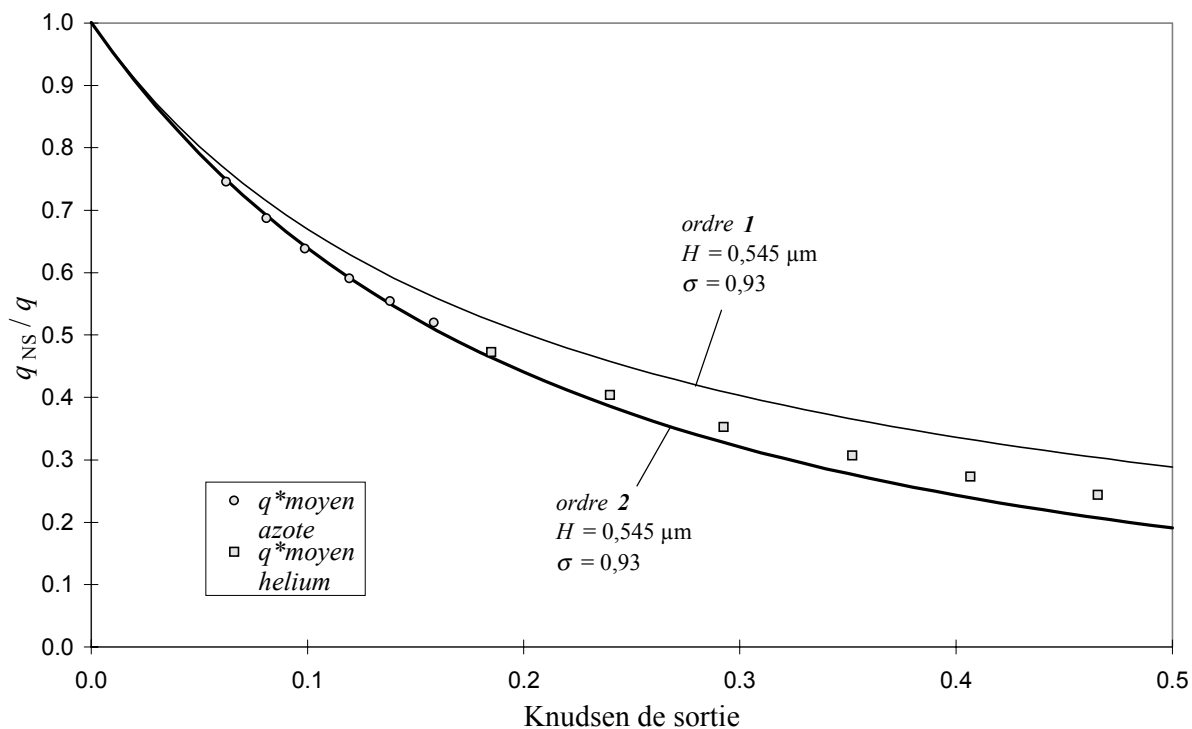


Figure 3.3- 25 : T4, débits adimensionnels, $T = 294,2 \text{ K}$, $P_1 / P_2 = 1,8$

Les essais effectués sur l'échantillon T4 ont permis de montrer la validité du modèle d'ordre deux associé à un coefficient de réflexion $\sigma = 0,93$ pour modéliser des écoulements d'azote ou d'hélium avec des nombres de Knudsen de sortie inférieurs à 0,2. Au-delà de 0,2, le modèle devient imprécis.

3. 3. 6. Synthèse des résultats expérimentaux

3. 3. 6. 1. Influence du rapport de forme

L'écart entre les débits prédits par la théorie classique d'écoulement non glissant et par les théories d'écoulements glissants dépend du rapport de forme a de la section de la conduite (voir Fig. 3.3- 26). Le rapport $\frac{q_{NS}}{q}$ des débits calculés sans et avec glissement s'écarte d'autant plus de l'unité que le rapport de forme est proche de 1. Ce rapport est quasiment constant pour un nombre de Knudsen de sortie de conduite fixé lorsque a est compris entre 0,01 et 0,1.

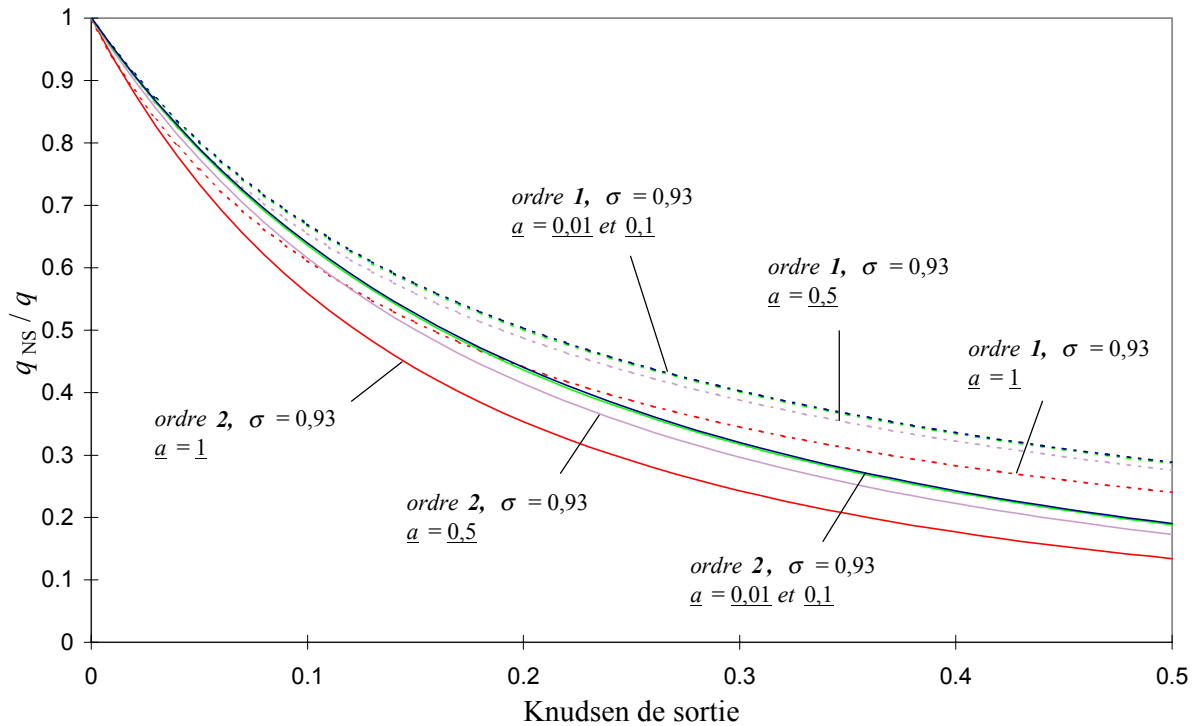


Figure 3.3- 26 : influence du rapport de forme, débits adimensionnels,
 $T = 294,2 \text{ K}$, $P_1 / P_2 = 1,8$

Les rapports de forme relatifs aux quatre échantillons sont compris entre 0,011 et 0,087. Les résultats relatifs à chaque échantillon peuvent donc être directement comparés sur un tel graphique puisqu'ils font référence à des courbes théoriques confondues (dans la figure 3.3- 27, on prend $a = 0,05$). Les points expérimentaux suivent la même tendance, bien modélisée par le modèle à l'ordre 2 jusqu'à des nombres de Knudsen de sortie proches de 0,2, ceci aussi bien pour l'azote que pour l'hélium.

Le graphique 3.3- 27 est donc représentatif d'écoulements d'azote et d'hélium dans des conduites de sections rectangulaires constituées de parois en silicium et en Pyrex, pour tous rapports de forme inférieurs à 0,1.

Le même graphique peut également être tracé en fonction du nombre de Knudsen moyen, défini comme la moyenne entre le nombre de Knudsen d'entrée et le nombre de Knudsen de sortie (Fig.3.3- 28).

La limite de validité du modèle à l'ordre 2 correspond alors à un nombre de Knudsen moyen de l'ordre de 0,16.

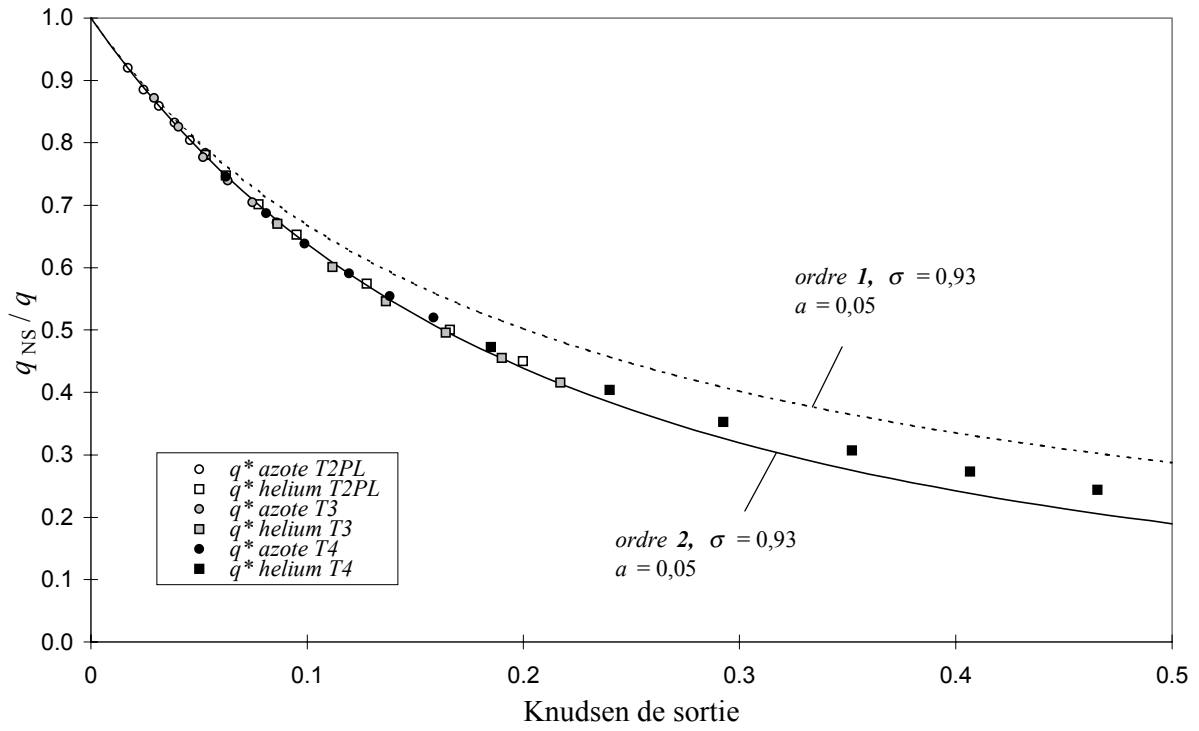


Figure 3.3- 27 : influence du rapport de forme, débits adimensionnels, $T = 294,2 \text{ K}$, $P_1 / P_2 = 1,8$

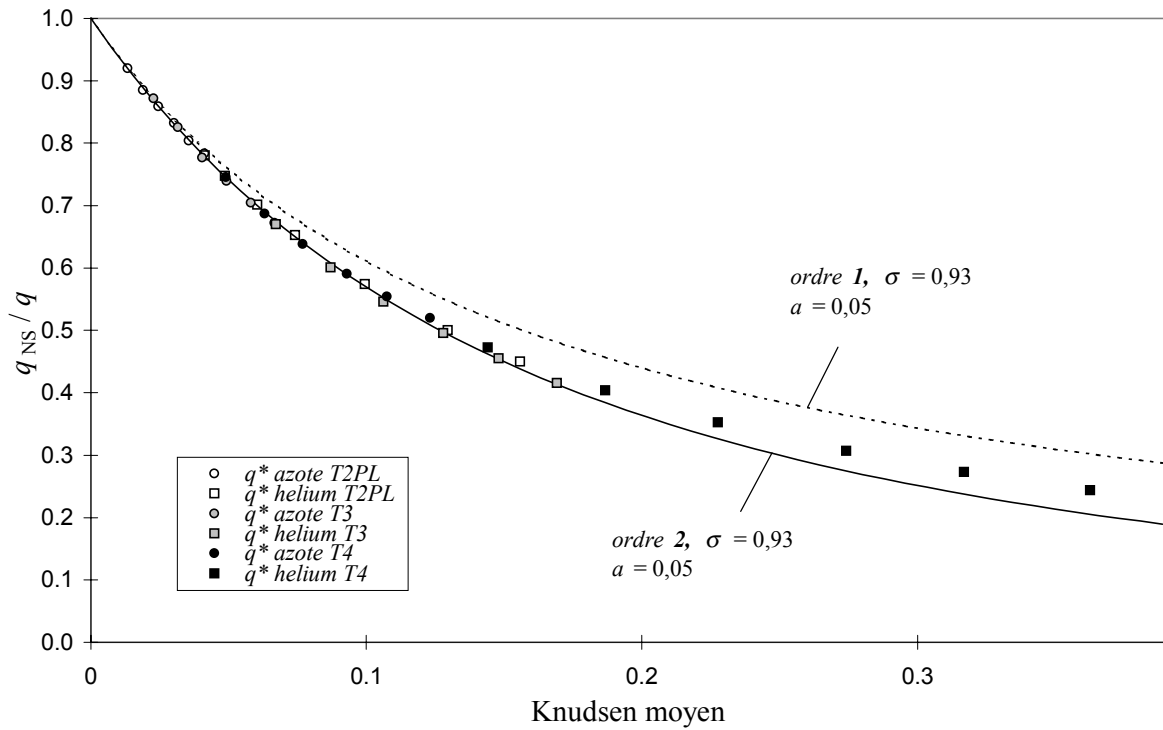


Figure 3.3- 28 : influence du rapport de forme, débits adimensionnels, $T = 294,2 \text{ K}$, $P_1 / P_2 = 1,8$

3. 3. 6. 2. Limites du modèle de type Navier-Stokes

L'échec du modèle d'ordre 2 au-delà des limites définies précédemment n'est pas surprenant puisque les hypothèses d'écoulement continu et de fluide Newtonien sont classiquement mises en défaut à partir d'un nombre de Knudsen de l'ordre de 0,1. Ce modèle apparaît cependant comme un bon modèle prédictif du comportement global des écoulements en régimes glissants et en début de régime dit de transition (nombres de Knudsen supérieurs à 0,1).

Il est toutefois difficile de conclure que ce modèle prédit correctement les grandeurs physiques locales du fluide lorsque l'écoulement devient de plus en plus raréfié¹⁵. Avec l'augmentation de la raréfaction, certaines hypothèses formulées dans ce modèle (voir §3.2) sont susceptibles d'être mises en défaut. L'hypothèse d'écoulement isotherme peut être notamment discutée, étant donnée la diminution des collisions intermoléculaires et des collisions gaz / parois. Une condition aux limites de saut de température pourrait alors être justifiée. La viscosité dynamique est supposée constante, qu'en est-il lorsque l'écoulement se raréfie le long de la conduite ? Les composantes transversales de la vitesse peuvent elles toujours être négligées ? A ce stade, il serait intéressant de comparer les grandeurs physiques locales (vitesse, pression, contrainte de cisaillement...) calculées à l'aide du modèle analytique avec des résultats de simulations de types statistique ou déterministe.

Les codes de simulation de type DSMC sont en effet plus aptes à simuler des écoulements en régime de transition, mais ils sont mal adaptés à la simulation d'écoulements à faibles vitesses. Le mouvement global du fluide risque d'être perdu dans le bruit généré par l'agitation thermique des particules.

¹⁵ On peut penser le modèle de Navier-Stokes ne rend plus correctement compte de la réalité physique de l'écoulement, mais que la déviation entre modèle et réalité se trouve compensée par l'influence des conditions aux limites. En effet, il peut également y avoir pour les conditions aux limites un désaccord entre théorie et réalité physique, tel que par compensation la prédiction globale du débit demeure satisfaisante.

3. 3. 7. Conclusion

Les expériences menées sur les quatre échantillons constitués de silicium et de Pyrex avec des écoulements d'azote et d'hélium conduisent à plusieurs conclusions :

- Les débits mesurés pour des régimes d'écoulements allant du régime faiblement raréfié au régime de transition sont supérieurs aux débits prédits par la théorie classique d'écoulement continu non glissant.
- Un modèle d'ordre 1 (traitant les équations de Navier-Stokes dans une conduite rectangulaire avec des conditions aux limites de type Maxwell) s'accorde correctement avec les résultats expérimentaux pour des nombres de Knudsen de sortie inférieurs à 0,05.
- Pour des nombres de Knudsen supérieurs à 0,05, le modèle de premier ordre sous-estime les débits mesurés. Cette observation permet de justifier l'utilisation d'un modèle d'ordre supérieur prédisant des débits supérieurs aux débits donnés par le modèle de premier ordre.
- Le modèle d'ordre deux associé aux conditions aux limites de type Deissler, avec un coefficient de réflexion $\sigma = 0,93$ identique à celui retenu pour le modèle d'ordre 1, s'accorde correctement avec les résultats expérimentaux pour des nombres de Knudsen de sortie allant de 0 à 0,2 (ou des nombres de Knudsen moyens de 0 à 0,16).

Il s'agit là de la première confrontation expérimentales justifiant a posteriori le choix du type de conditions aux limites fait par Aubert et Colin (2001), pour établir leur modèle d'écoulement glissant d'ordre 2 dans des microconduites de sections rectangulaires.

Conclusion générale

Conclusion et perspectives

Ce mémoire présente une étude sur les écoulements de gaz en milieux confinés. Ces écoulements raréfiés ont fait l'objet de nombreuses études théoriques, mais peu de résultats expérimentaux ont permis de valider les modèles développés. Une campagne d'essais a été effectuée pour mettre en évidence l'influence de la raréfaction sur les écoulements en conduites de section circulaire et rectangulaire.

Cette campagne a pu être réalisée grâce à la conception et à la réalisation d'un banc d'essais spécifique à la mesure de microdébits gazeux. Les principales originalités de ce banc résident d'une part en une double mesure de débits qui permet de valider chaque point de mesure et de détecter la présence éventuelle de fuites présentes au niveau du microsystème, et d'autre part en la possibilité de régler indépendamment les pressions en amont et en aval du microsystème sur une plage de $0,2 \cdot 10^5$ Pa à $4 \cdot 10^5$ Pa. Une attention particulière a été portée à la prise en compte de débits parasites liées aux fuites permanentes et aux phénomènes de stabilité thermique.

Des microtubes en silice étirée à chaud ont été testés avec de l'air, et des microconduites de section rectangulaire gravées sur wafers silicium recouverts de Pyrex ont été testées avec de l'azote et de l'hélium. La variation des conditions de pressions de part et d'autre des échantillons a permis d'obtenir des écoulements plus ou moins raréfiés. Les résultats expérimentaux ont été comparés à des modèles théoriques de la littérature spécifiquement développés pour des écoulements en régime glissant. Ces modèles semi-analytiques traitent les équations de Navier-Stokes en conduites de sections rectangulaires avec des conditions aux limites de glissement d'ordres 1 et 2.

Les premières mesures ont mis en évidence la difficulté de confronter expérience et théorie, étant donné l'imprécision importante sur la mesure des dimensions transversales des conduites. La profondeur apparente des conduites a été déterminée par calage expérimental en écoulements peu raréfiés, pour lesquels les modèles d'ordres 1 et 2 prédisent des débits identiques. Cette profondeur apparente est ensuite conservée pour des régimes plus raréfiés, pour lesquels les théories basées sur des conditions aux limites d'ordres 1 et 2 prévoient des débits différents.

L'intérêt d'utiliser des modèles spécifiques aux écoulements à travers des sections rectangulaires a été démontré. Il est alors apparu qu'un modèle d'ordre 1 suit parfaitement les données expérimentales pour des nombres de Knudsen de sortie inférieurs à 0,05. Pour des

nombres de Knudsen compris entre 0,05 et 0,2, le modèle d'ordre 1 sous-estime les données expérimentales, alors qu'un modèle d'ordre 2 (Aubert et Colin (2001)) basé sur des conditions aux limites de type Deissler (1964) suit correctement les résultats expérimentaux. L'utilisation de cette condition aux limites apparaît donc justifiée, plutôt que d'autres expressions du saut de vitesse développé à l'ordre 2 qui amèneraient à prédire des débits inférieurs (ce qui est théoriquement vérifié pour des écoulements plans). Nos résultats expérimentaux sont les premiers qui permettent d'aboutir à cette conclusion.

On peut compléter cette conclusion par deux remarques :

1) La modélisation des conditions aux limites a été simplifiée dans la mesure où un coefficient de réflexion unique a été retenu pour représenter le type de réflexion du gaz sur toutes les parois de la conduite. Nos microcanaux sont cependant constitués de parois en silicium et d'une paroi en Pyrex. Le comportement du gaz sur ces différentes parois peut être différent, et on doit considérer le coefficient de réflexion comme un coefficient moyen.

2) Il n'apparaît pas possible à ce stade de totalement découpler les effets du coefficient de réflexion et de la profondeur de la conduite, celle-ci ayant été déterminée par calage expérimental.

Les écoulements d'azote ou d'hélium dans des conduites de silicium et de Pyrex, de sections rectangulaires, de rapport de forme inférieurs à 0,1, peuvent donc être prédits par le modèle d'Aubert et Colin (2001) en régimes faiblement raréfié et modérément raréfié (début du régime dit de transition, pour des nombres de Knudsen entre 0,1 et 0,2). Seules les grandeurs globales données par le modèle pouvant être comparées aux mesures globales (débits), les grandeurs locales (vitesses, pressions, contraintes...) calculées sont à prendre avec précaution, en particulier dans le régime modérément raréfié.

Pour compléter cette étude, il sera intéressant d'effectuer une campagne d'essais extensive afin de mettre en évidence les influences de la nature du gaz, de la température, de l'état de surface des conduites (matériaux, rugosité, polarité...) et du rapport de forme sur des écoulements d'azote et d'hélium dans des conditions similaires de raréfaction. On pourra notamment effectuer des essais sur un même échantillon (dont on modifiera seulement l'état de surface) pour s'affranchir des problèmes liés à l'imprécision sur la mesure des dimensions transversales. Ainsi, nous pourrions discuter de l'extension de la validation des modèles

précités à des écoulements plus variés et découpler en partie les influences du coefficient de réflexion et des dimensions réelles des sections.

Parallèlement, nos échantillons ont commencé à être testés avec des écoulements liquides¹. L'analyse de ces écoulements permettra notamment d'accéder par un autre moyen² à une détermination expérimentale de la profondeur des microcanaux. La confrontation avec les profondeurs apparentes que nous avons déterminées sera alors particulièrement intéressante.

¹ DEA de Roxane Massion

² A l'aide d'une confrontation avec les modèles de microécoulements liquides, prenant en compte d'éventuelles déviations vis-à-vis du modèle classique de Poiseuille (Anduze (2000)).

Annexes

A- Traitement des acquisitions analogiques et numériques

Cette phase intervient lorsque les acquisitions des signaux de pression, de température et des capteurs optoélectroniques sont terminées. Toutes les informations sont mises en mémoire et attendent d'être traitées.

Une première opération consiste à traiter les données analogiques, c'est-à-dire appliquer un gain à chaque signal pour retrouver les grandeurs physiques désirées. La température et les pressions peuvent donc être tracées sur un graphique au cours du temps lorsque les essais sont de grande durée.

Les opérations suivantes concernent la détermination des débits gazeux grâce aux signaux digitaux.

On connaît au cours du temps l'image des capteurs opto-électroniques. La présence d'air dans la pipette au niveau du faisceau lumineux d'un capteur occasionne un bit égal à 1, la présence de liquide dans la pipette occasionne un bit égal à 0. A chaque acquisition, on connaît donc quels sont les capteurs activés par la goutte. On cherche alors à déterminer les instants où chaque capteur passe d'un état à un autre, cela revient à détecter les « fronts montants » ou les « fronts descendants » sur l'évolution des deux mots binaires de douze bits relatifs à chaque rampe.

Dans un premier temps, afin d'observer plus clairement les passages de fronts, il est nécessaire d'inverser l'état de chaque bit, c'est-à-dire de faire correspondre l'état 0 à la présence d'air (majoritaire dans le tube) et l'état 1 à la présence d'eau.

Le front montant (passage d'un bit 0 à 1) va correspondre au passage de l'air au liquide. Une détection de front montant se fait par une opération logique sur deux mots de douze bits acquis successivement, comme le montre l'exemple suivant :

$$\begin{array}{l} \text{Mot 1 (instant t) :} \quad \quad \quad 0000.0011.1000 \\ \text{Mot 1 (instant t+1) :} \quad \quad \quad 0000.0111.1000 \\ \hline \text{Mot 1 (instant t) < ET > Mot 1 (instant t + 1) = Résultat 1} \\ \text{Résultat 1 =} \quad \quad \quad \quad \quad 0000.0100.0000 \end{array}$$

Si le mot Résultat 1 est supérieur à 0, il y a eu front montant entre les deux instants t et t+1.

Le front descendant (passage d'un bit 1 à 0) correspond au passage du liquide à l'air. L'exemple suivant montre l'opération logique de détection de front descendant :

$$\begin{array}{l} \text{Mot 2 (instant t) :} \quad 0000.0111.1000 \\ \text{Mot 2 (instant t+1) :} \quad 0000.0111.0000 \\ \text{Mot 2 (instant t) < ET > Mot 2 (instant t + 1) = Résultat 2} \\ \text{Résultat 2 =} \quad 0000.0000.1000 \end{array}$$

De même que pour le front montant, si le mot Résultat 2 est supérieur à 0, il y a eu front descendant entre les instant t et t+1.

Ainsi, pour les deux mots de douze bits (chaque rampe), ces opérations sont effectuées sur tout l'intervalle de temps de l'acquisition. Sur une rampe, lorsqu'un front est détecté, le poids du mot Résultat indique le numéro du capteur où il y a eu changement.

Exemple :

$$\begin{array}{l} \text{Résultat 1} = 0000.0100.0000 \text{ (poids } 64 = 2^6 \text{)} \\ \Rightarrow \text{ capteur n}^\circ 6 \end{array}$$

L'instant t ainsi que le numéro du capteur sont mis en mémoire. Une simple opération de soustraction entre les deux premières valeurs de numéros de capteurs mis en mémoire nous indique le sens de propagation de la goutte dans la pipette. Cette information est importante pour préciser la longueur entre deux faisceaux de capteurs, longueur qui n'est pas égale dans les deux sens de propagation, en raison des zones de commutation des capteurs.

B- Incertitudes de mesures de débit volumique

Les calculs d'incertitudes détaillés dans ce paragraphe font référence à des renvois situés au chapitre 2.

L'incertitude sur le débit volumique est donnée par :

$$\frac{\Delta Q_{ij}}{Q_{ij}} = \frac{\Delta V_{ref}}{V_{ref}} + \frac{\Delta(\Delta t_{opt}^{étal.})}{\Delta t_{opt}^{étal.}} + \frac{\Delta(\Delta t_{ij}^{étal.})}{\Delta t_{ij}^{étal.}} + \frac{\Delta(\Delta t_{ij})}{\Delta t_{ij}} \quad (\text{B- 1})$$

Chaque terme de cette équation est détaillé dans les paragraphes suivants.

B. 1. 1^{er} terme, incertitude sur le volume de la pipette

B. 1. 1. Influence de la température sur le volume de la pipette

Les volumes entre les marques de calibration des pipettes ont été mesurés par pesée d'eau par le fabricant. Le volume des deux pipettes est $V_{ref} = 0,501 \pm 0,003 \text{ cm}^3$.

Ce volume a été déterminé avec des conditions de température et de pression standards. Il est intéressant de calculer les variations de volume de la pipette en verre sous l'effet de variations de température ou de pression. Anduze (1999) a présenté l'influence de ces variations dans sa thèse, pour des pipettes identiques.

Le verre est un matériau isotrope. Ses déformations sont linéaires et isotropes, d'où :

$$\frac{\Delta D}{D} = \frac{\Delta l_{ref}}{l_{ref}} = \alpha \Delta T \quad (\text{B- 2})$$

avec D le diamètre intérieur, α le coefficient de dilatation thermique du verre ($\alpha = 3,25 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$) et ΔT la variation de température. La variation de volume est déterminée par :

$$\Delta V_{ref} = \frac{\pi}{4} \left((D + \Delta D)^2 - D^2 \right) (l_{ref} + \Delta l_{ref}) \quad (\text{B- 3})$$

Le volume de la pipette varie de $1,62 \cdot 10^{-4} \text{ cc}$ pour une variation de température de 25°C , soit une variation de 0,03 %. Toutes nos mesures ont été effectuées à une température pratiquement constante de $21,1^\circ\text{C}$. Nous considérons alors la variation de volume négligeable.

B. 1. 2. Influence de la pression sur le volume de la pipette

La pipette peut être représentée par un tube d'épaisseur constante. En présence de pressions uniformes à l'intérieur et à l'extérieur, les déformations sont normales à l'axe du tube. Le déplacement $(u)_r$ d'un point quelconque du tube sous l'action des pressions relatives intérieure P_i et extérieure P_e est de la forme (Timoshenko (1968)):

$$(u)_r = \frac{(1-\nu)}{E} \frac{a^2 P_i - b^2 P_e}{b^2 - a^2} r + \frac{(1+\nu)}{E} \frac{a^2 b^2 (P_i - P_e)}{(b^2 - a^2) r} \quad (\text{B- 4})$$

avec a et b les rayons intérieur et extérieur du cylindre, E le module d'Young et ν le coefficient de Poisson du matériau. L'équation se simplifie si le cylindre n'est soumis qu'à une surpression intérieure par rapport à l'état initial ($P_e = 0$) Le déplacement d'un point de la surface intérieure ($r = a$) est alors :

$$(u)_{r=a} = \frac{a P_i}{E} \left(\frac{a^2 + b^2}{b^2 - a^2} + \nu \right) \quad (\text{B- 5})$$

Application numérique :

$$a = 1,3 \cdot 10^{-3} \text{ m} ; b = 3,2 \cdot 10^{-3} \text{ m} ; E = 64 \text{ GPa} ; \nu = 0,2 ; P_i = 300 \text{ kPa}$$

$$(u)_{r=a} = 9,7 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

La variation de volume correspondante sur une longueur de pipette de 0,092 m est de $7,3 \cdot 10^{12} \text{ m}^3$. Soit une variation de 0,0015 %. La variation de volume liée à la différence de pression entre le milieu intérieur et extérieur est donc négligeable devant l'incertitude donnée par le fabricant.

B. 2. 2^{ème} terme, incertitude sur le chronométrage

Lors de l'étalonnage, l'opérateur mesure deux instants au chronomètre, devant chaque trait de calibration. Le second terme de l'équation (2.4-7) se réécrit :

$$\frac{\Delta(\Delta t_{opt}^{étal.})}{\Delta t_{opt}^{étal.}} = \frac{\Delta(t_2^{étal.} - t_1^{étal.})}{t_2^{étal.} - t_1^{étal.}} = 2 \cdot \frac{\Delta t^{étal.}}{t_2^{étal.} - t_1^{étal.}} \quad (\text{B- 6})$$

où $t_1^{étal.}$ et $t_2^{étal.}$ sont les deux instants de mesure et $\Delta t^{étal.}$ leur incertitude.

Le tableau suivant présente les incertitudes estimées sur la mesure temporelle en fonction des débits possibles :

Débit (m^3s^{-1})	Durée de passage de la goutte sur 0,5 cc (s)	Incertitude de chronométrage estimée $\Delta t^{\text{étal.}}$ (s)	Incertitude relative
10^{-8}	50	0,25	0,5 %
10^{-9}	500	0,5	0,1 %
$5 \cdot 10^{-10}$	1000	0,8	0,08 %
10^{-10}	5000	5	0,1 %
10^{-11}	$5 \cdot 10^4$	100	0,2 %
10^{-12}	$5 \cdot 10^5$	1500	0,3 %

Un débit trop élevé implique de fortes erreurs puisque la goutte passe rapidement devant les graduations et l'opérateur n'est pas assez rapide pour déclencher le chronomètre au moment précis. Pour des débits plus faibles, le temps de réaction de l'opérateur devient négligeable. Cependant, une goutte trop lente laisse une large plage de temps pour déclencher le chronomètre, il se peut que la goutte nous semble figée pour les débits les plus faibles. Il existe donc une plage de débits pour laquelle la mesure temporelle est la plus précise, autour de $5 \cdot 10^{-10} \text{ m}^3\text{s}^{-1}$. C'est la plage que nous avons choisi pour effectuer nos étalonnages.

L'incertitude liée au chronométrage est alors :

$$\frac{\Delta(\Delta t_{opt}^{\text{étal.}})}{\Delta t_{opt}^{\text{étal.}}} = 0,16 \%$$

B. 3. 3^{ème} terme, incertitude sur les temps de commutation pendant l'étalonnage

Le terme $\frac{\Delta(\Delta t_{ij}^{\text{étal.}})}{\Delta t_{ij}^{\text{étal.}}}$ correspond à l'incertitude sur la mesure du temps entre les commutations des capteurs i et j pendant l'étalonnage. Il se peut qu'une commutation

surviene entre deux instants d'échantillonnage. Il y a alors décalage entre l'instant précis où le capteur a commuté et l'instant enregistré pendant l'acquisition. Le décalage maximal pour un capteur est légèrement inférieur à l'intervalle de temps entre deux échantillonnages. L'incertitude pour le couple de capteurs est :

$$\frac{\Delta(\Delta t_{ij}^{étal.})}{\Delta t_{ij}^{étal.}} = \frac{2}{f^{étal.} \cdot \Delta t_{ij}^{étal.}} \approx \frac{2 \cdot Q_{ij}^{étal.}}{f^{étal.} \cdot V_{ij}} \quad (\text{B-7})$$

où la fréquence d'échantillonnage $f^{étal.}$ est de 10 Hz, V_{ij} représentant le volume approximatif entre les capteurs i et j .

Pour la première série d'étalonnages (étalonnages des longueurs $l_{0,11}$ et $l_{11,0}$, pour chaque front et chaque rampe, c f. § 2.4.3), l'incertitude est :

$$\frac{\Delta(\Delta t_{ij}^{étal.})}{\Delta t_{ij}^{étal.}} \cong \frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-10}}{10 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 10^{-7}} = 0,018\%$$

Pour la seconde série, l'incertitude sur l'étalonnage de chaque couple de capteurs est :

$$\frac{\Delta(\Delta t_{ij}^{étal.})}{\Delta t_{ij}^{étal.}} \cong \frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-10}}{10 \cdot 5 \cdot 10^{-8}} = 0,2\%$$

B. 4. 4^{ème} terme, incertitude sur les temps de commutation pendant les essais

Les instants enregistrés pendant l'étalonnage vont déterminer la position précise (aux incertitudes précédentes près) de la goutte devant les capteurs optoélectroniques lors de leur commutation. Ces positions vont être prises comme référence pour les autres mesures.

Le terme $\frac{\Delta(\Delta t_{ij})}{\Delta t_{ij}}$ va représenter l'incertitude sur le temps entre deux commutations pendant les essais. Il correspond d'une part aux décalages Δt^{seuil} entre l'instant mesuré de commutation et l'instant où il aurait dû commuter (passage de la goutte en position de référence, Fig B-1), et d'autre part aux décalages liés à l'échantillonnage Δt^{ech} .

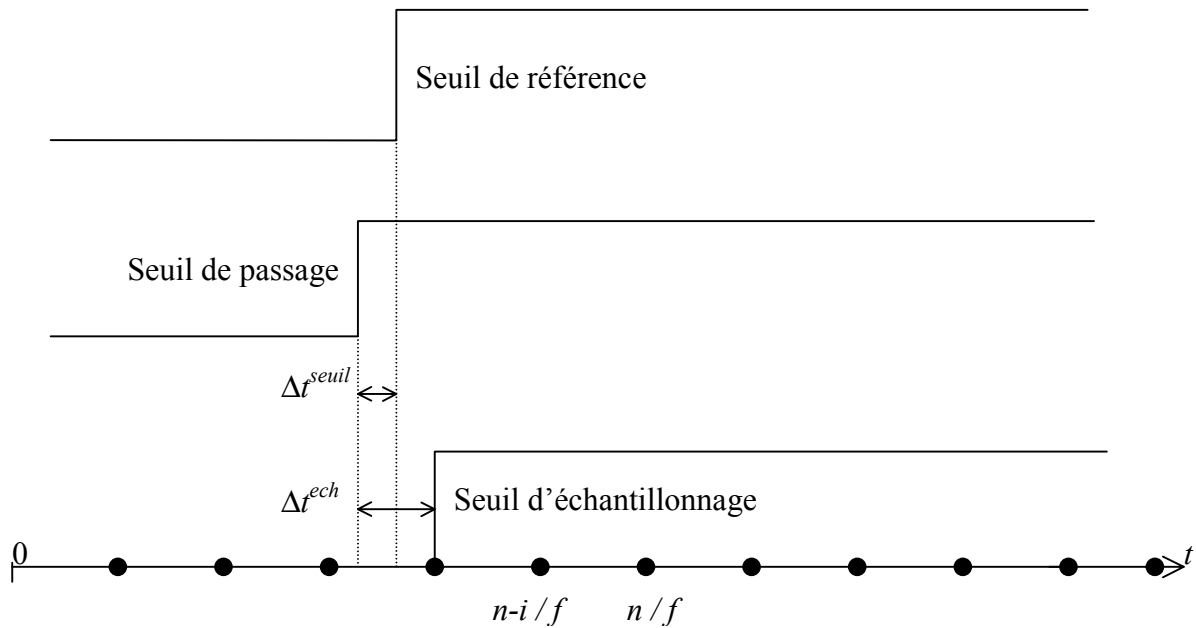


Figure B-1 : représentation des décalages temporels lors de l'acquisition numérique

Les décalages Δt^{seuil} peuvent être expliqués par une variation de luminosité ambiante, de courant électrique dans les éléments actifs des capteurs, par un changement dans la forme des ménisques sous l'effet de la pression. La raison essentielle de ces décalages reste toutefois la possible progression irrégulière de la goutte dans la pipette. Cela peut arriver lorsqu'il reste des gouttelettes à l'intérieur de la pipette ou que celle-ci n'est pas correctement humidifiée avant la mesure. Nous avons également remarqué que la progression est d'autant plus irrégulière que le débit est élevé et que la pression est basse.

On se base sur les cas les plus défavorables pour le calcul de $\frac{\Delta(\Delta t_{ij})}{\Delta t_{ij}}$. C'est-à-dire les cas où Δt^{ech} est maximal sur un front de commutation et nul sur l'autre front. Cela donne :

$$\Delta(\Delta t_{ij}) = 2\Delta t^{seuil} + \frac{1}{f} \quad (\text{B- 8})$$

Le terme Δt^{seuil} n'est pas simple à estimer. Une série d'essais de vérifications des étalonnages a alors été entreprise pour observer les variations de longueurs de références l_{ij} . Ces longueurs ont pu varier au maximum de 0,1 mm entre l'étalonnage et la vérification pour les capteurs adjacents, et de 0,25 mm pour les capteurs d'extrémités. Lors de l'étalonnage, la fréquence était de 15 Hz, on peut négliger (hypothèse que l'on vérifiera) le second terme de l'équation (B-8) devant le premier terme. L'équation (2.4- 5) nous permet de retrouver la

variation $\Delta(\Delta t_{ij})$ en fonction de la variation de longueur l_{ij} observée. La longueur de référence n'ayant pas varié, cela donne :

$$\frac{\Delta l_{ij}}{l_{ij}} = \frac{\Delta(\Delta t_{ij})}{\Delta t_{ij}} + \frac{\Delta(Q_{opt})}{Q_{opt}} \quad (\text{B- 9})$$

L'incertitude pour les couples de capteurs adjacents est :

$$\frac{\Delta l_{ij}}{l_{ij}} \cong \frac{0,1}{9,2} = \frac{\Delta(\Delta t_{ij})}{\Delta t_{ij}} + 0,0016 \quad (\text{B- 10})$$

$$\Delta(\Delta t_{ij}) = 0,0093\Delta t_{ij} \quad (\text{B- 11})$$

et

$$2\Delta t_{seuil} = 0,0093\Delta t_{ij} \quad (\text{B- 12})$$

Cela revient à évaluer Δt^{seuil} à 0,5 s lors de l'étalonnage, ce qui vérifie notre hypothèse précédente. La durée Δt^{seuil} est évidemment proportionnelle au débit et on considérera que la relation (B- 12) est valable pour la totalité de la gamme de débits mesurables.

L'incertitude absolue $\Delta(\Delta t_{ij})$ est la même pour deux capteurs adjacents ou plusieurs couples

de capteurs. L'incertitude relative $\frac{\Delta(\Delta t_{ij})}{\Delta t_{ij}}$ est en revanche différente. On peut alors calculer la

variation de longueur $\Delta l_{0,11}$ grâce à la relation (B-9). La valeur calculée est de 0,26 , ce qui correspond à la variation observée lors des vérifications.

L'incertitude sur Δt_{ij} pour un couple de capteurs adjacents devient :

$$\frac{\Delta(\Delta t_{ij})}{\Delta t_{ij}} = 0,0093 + \frac{1}{f \Delta t_{ij}} \quad (\text{B- 13})$$

L'incertitude sur Δt_{ij} pour n couples de capteurs est :

$$\frac{\Delta(\Delta t_{ij})}{\Delta t_{ij}} = \frac{0,0093}{n} + \frac{1}{f \Delta t_{ij}} \quad (\text{B- 14})$$

Dans le cas où il est possible de connaître approximativement le débit parcourant un microsysteme, on estime la valeur de Δt_{ij} . La fréquence d'échantillonnage peut alors être réglée de telle sorte que :

$$\frac{1}{f \Delta t_{ij}} < 0,1\%$$

D'où, pour une erreur maximale :

$$\frac{1}{f \Delta t_{ij}} = 0,1\% \quad (\text{B- 15})$$

donc pour n couples de capteurs,

$$\frac{\Delta(\Delta t_{ij})}{\Delta t_{ij}} = \frac{0,0093}{n} + 0,001 \quad (\text{B- 16})$$

C- Débits parasites-1

Les tests d'étanchéité du banc d'essais ont montré un comportement particulier de la goutte de mesure lorsque le gaz à l'intérieur des lignes est l'hélium et que la pression est inférieure à la pression atmosphérique. En effet, la goutte se déplace dans le sens inverse par rapport au déplacement de la goutte lorsque le gaz utilisé est de l'air ou de l'azote.

L'étude suivante, proposée par J.C. Lengrand¹, explique qualitativement le phénomène. Imaginons un système composé de deux réservoirs A et B séparés d'une cloison mince.

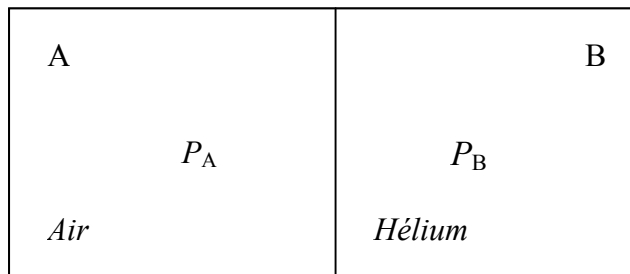


Figure C- 1 : schéma d'expérience

Le réservoir A est rempli d'air à la pression de 1.10^5 Pa, Le réservoir B est rempli d'hélium à la pression de $0,5.10^5$ Pa. La température est uniforme dans les deux réservoirs et est égale à 300 K.

Le nombre de molécules présentes dans chaque réservoir par unité de volume est déterminé par :

$$n = \frac{P}{kT} \quad (\text{C- 1})$$

où k est la constante de Boltzman ($k = 1,38066.10^{-23}$ JK⁻¹).

$$\text{Donc } n_A = 1,03.10^{25} \text{ m}^{-3},$$

$$n_B = 2,41.10^{25} \text{ m}^{-3}.$$

Les deux réservoirs sont alors mis en communication par un petit orifice dont les dimensions sont petites devant le libre parcours moyen des molécules. En considérant que les flux de molécules d'un réservoir à l'autre ont indépendants, nous déterminons le flux N_A de

¹ Laboratoire d'Aerothermique (CNRS), Orleans.

molécules d'air de A vers B et le flux N_B de molécules d'hélium de B vers A par unité d'aire d'orifice à l'instant initial avec (Bird (1998)) :

$$N = \frac{n}{\beta} \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \quad (\text{C- 2})$$

et

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{2rT}} \quad (\text{C- 3})$$

$$\begin{aligned} \text{D'où } N_A &= 1,41 \cdot 10^{27} \text{ m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}, & \beta_A &= 2,41 \cdot 10^{-3} \text{ s} \cdot \text{m}^{-1}, \\ N_B &= 7,61 \cdot 10^{27} \text{ m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}, & \beta_B &= 8,96 \cdot 10^{-4} \text{ s} \cdot \text{m}^{-1}. \end{aligned}$$

Les débits massiques et volumiques par unité d'aire sont déterminés par :

$$q = N \frac{M}{N_{AV}} \quad (\text{C- 4})$$

et

$$Q = \frac{N}{n} \quad (\text{C- 5})$$

avec M la masse molaire et N_{AV} le nombre d'Avogadro ($N_{AV} = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$).

$$\begin{aligned} \text{Donc, } q_A &= 68,0 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}, & Q_A &= 117 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, \\ q_B &= 50,5 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}, & Q_B &= 315 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}. \end{aligned}$$

Ces calculs montrent que le flux de masse est plus important du réservoir A vers le réservoir B que l'inverse, mais que le flux de molécules ou le flux de volume est plus important du réservoir B vers le réservoir A. Il est donc logique d'observer un débit volumique de gaz depuis l'intérieur du banc (où l'hélium est présent) vers l'extérieur à l'atmosphère dans de telles conditions de pression.

D- Débits parasites-2

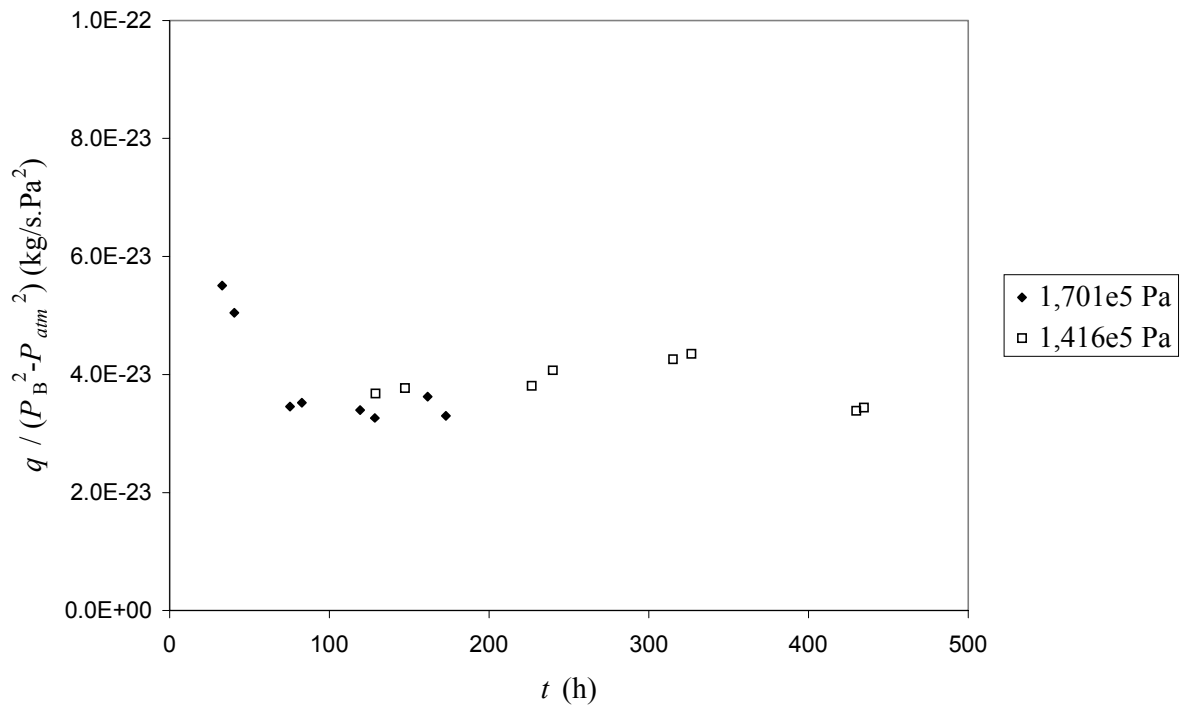


Figure D- 1 : débits réduits, tests d'étanchéité de la ligne B en pression avec de l'air.

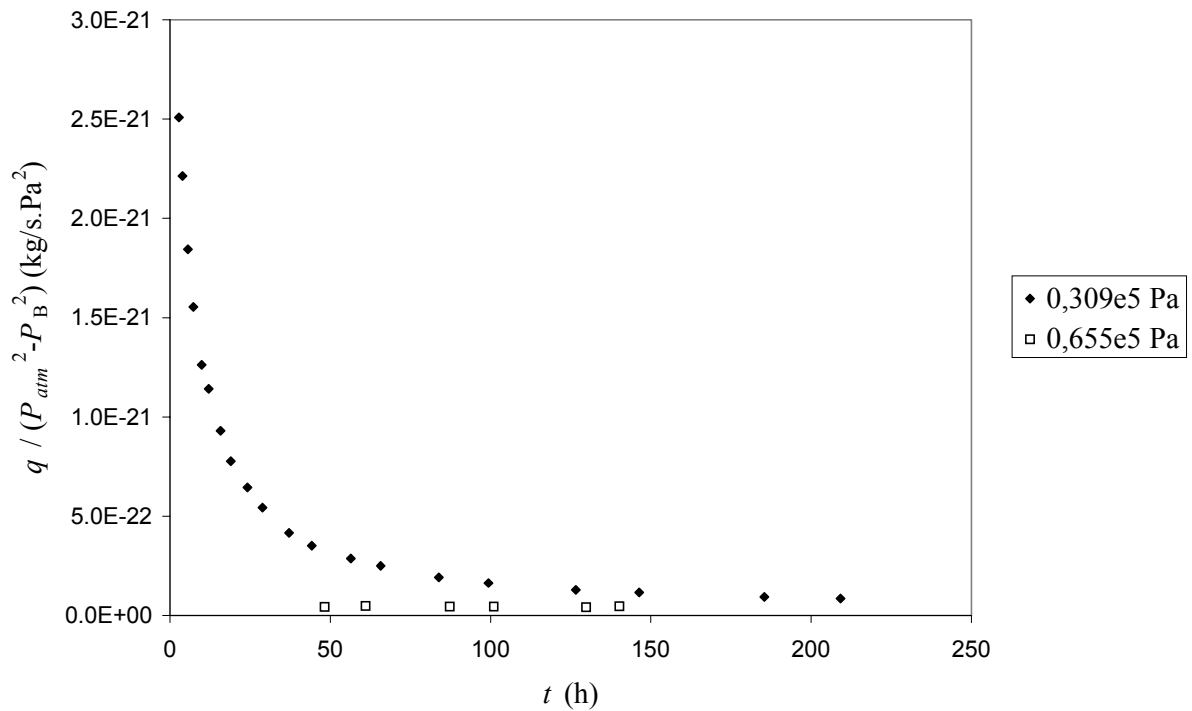


Figure D - 2 : débits réduits, tests d'étanchéité de la ligne B en dépression avec de l'air.

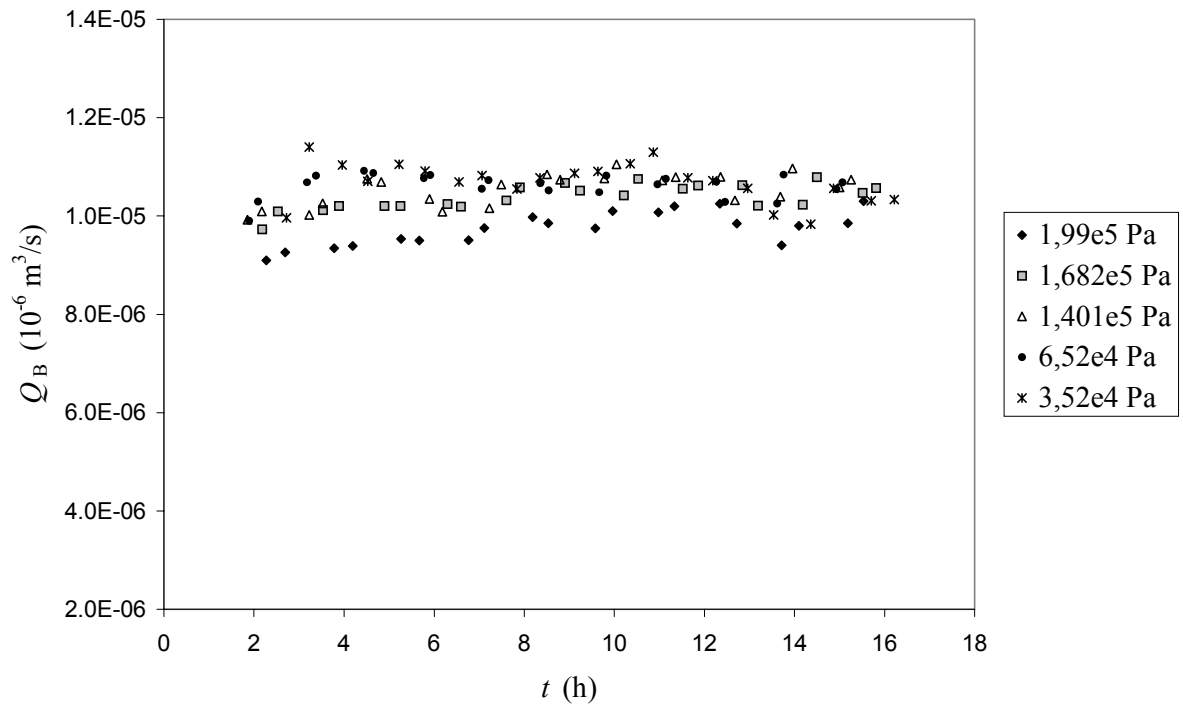


Figure D - 3 : débits volumiques, tests d'étanchéité de la ligne B avec l'hélium.

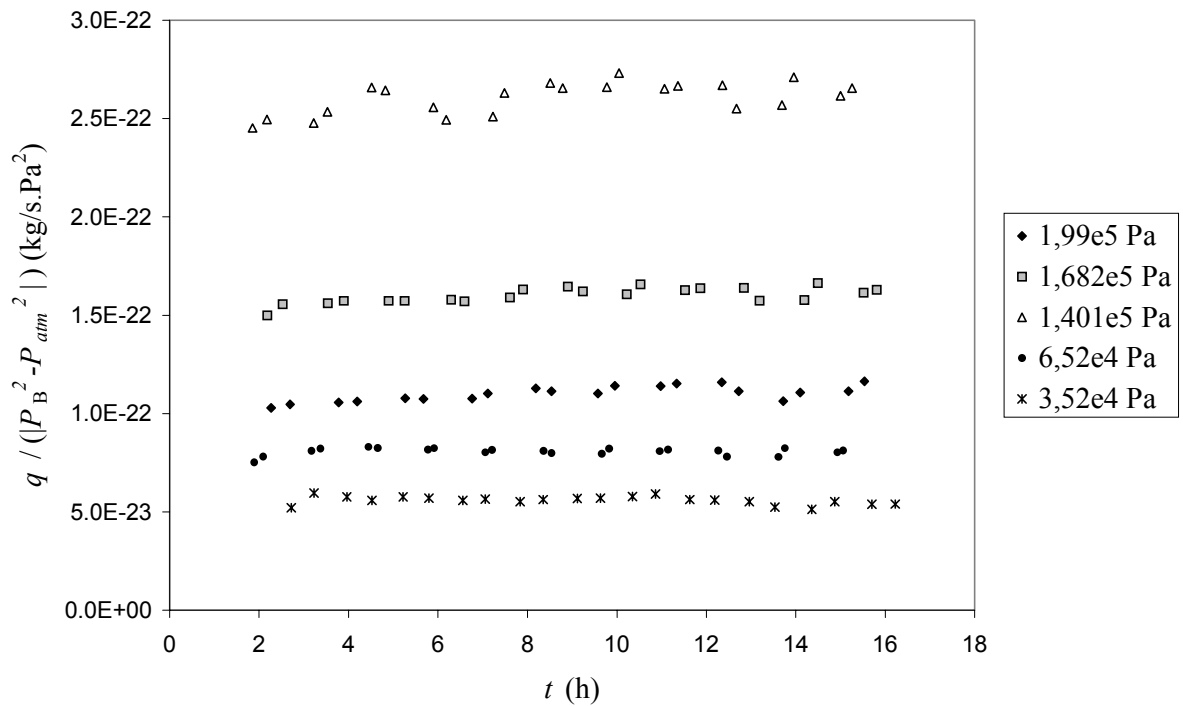


Figure D - 4 : débits réduits, tests d'étanchéité de la ligne B avec l'hélium.

E- Résultats expérimentaux relatifs à l'échantillon T2PL

Les résultats présentés dans cette annexe sont complémentaires de ceux présentés au chapitre 3 (§3.3.3).

E. 1. Ecoulements d'azote

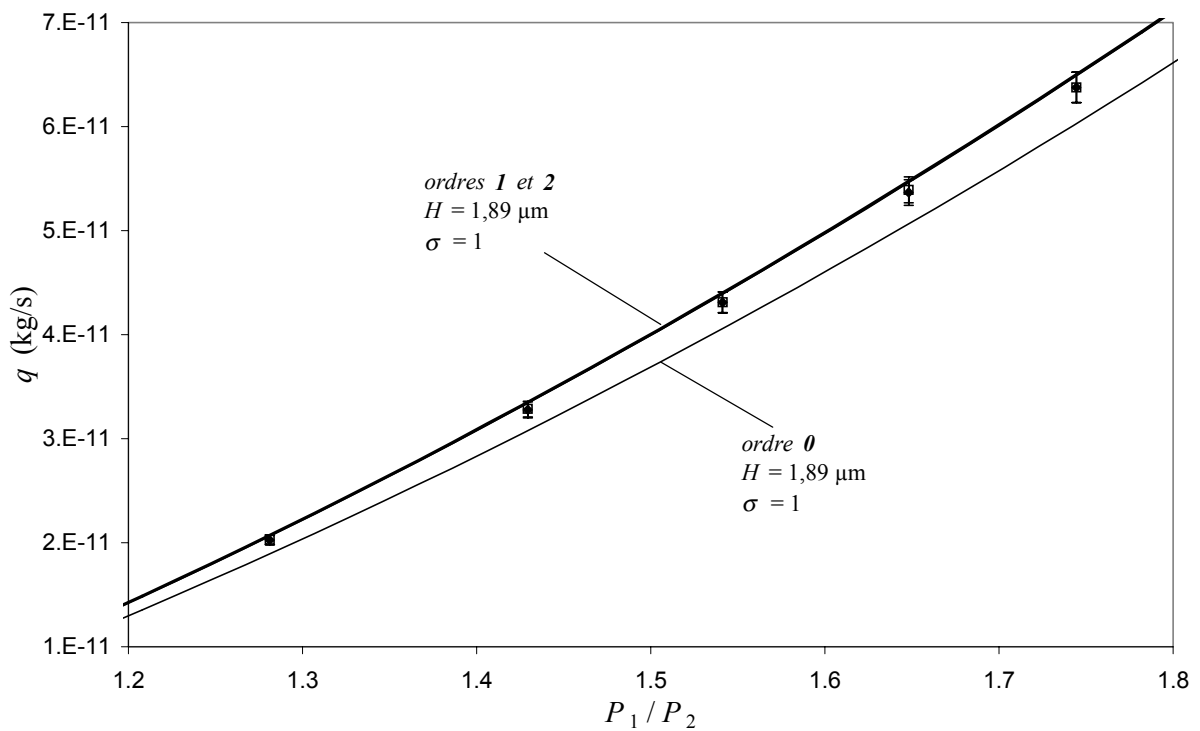


Figure E- 1 : T2PL, écoulement d'azote, $T = 294,2 \text{ K}$, $P_2 = 2,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $0,01 < Kn < 0,017$

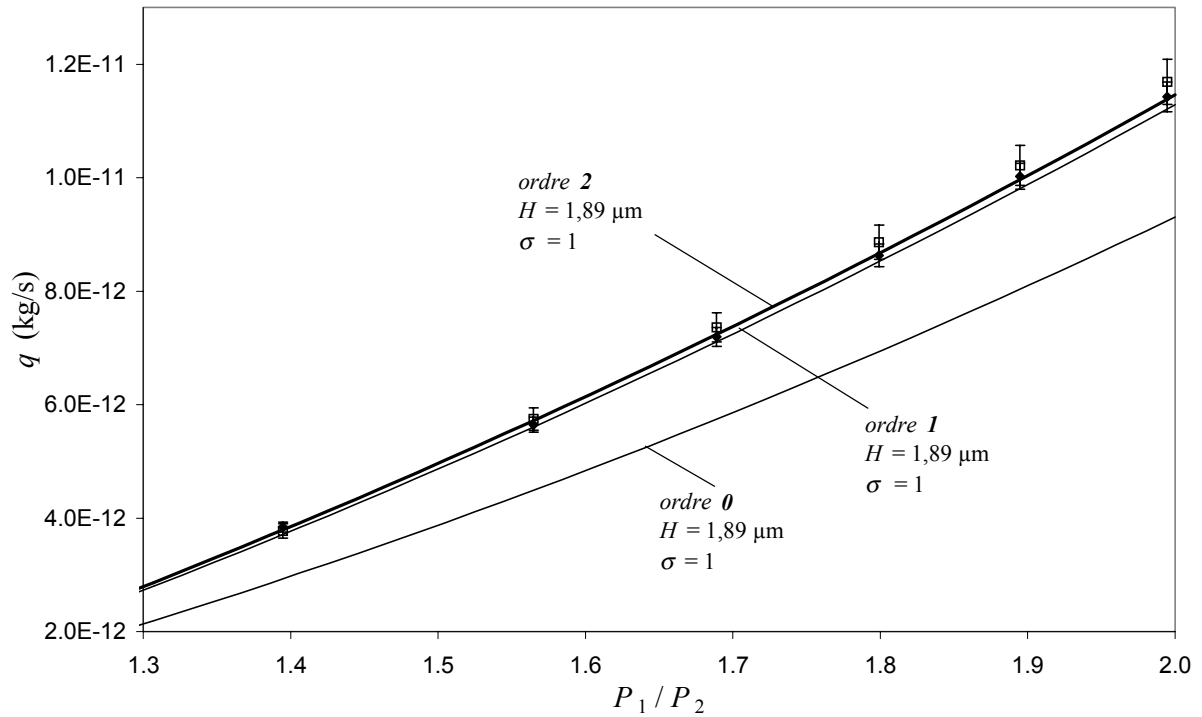


Figure E - 2 : T2PL, écoulement d'azote, $T = 294,2 \text{ K}$, $P_2 = 0,65 \cdot 10^5 \text{ Pa}$,
 $0,027 < Kn < 0,053$

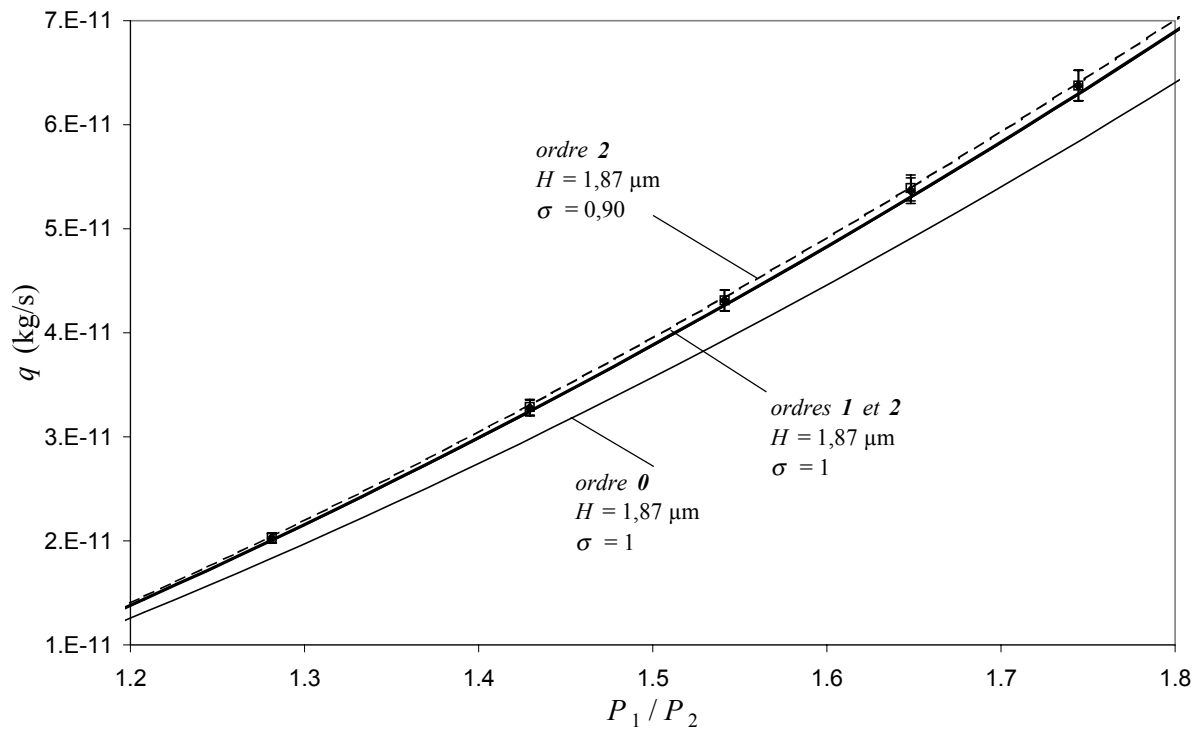


Figure E - 3 : T2PL, écoulement d'azote, $T = 294,2 \text{ K}$, $P_2 = 2,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$,
 $0,01 < Kn < 0,017$

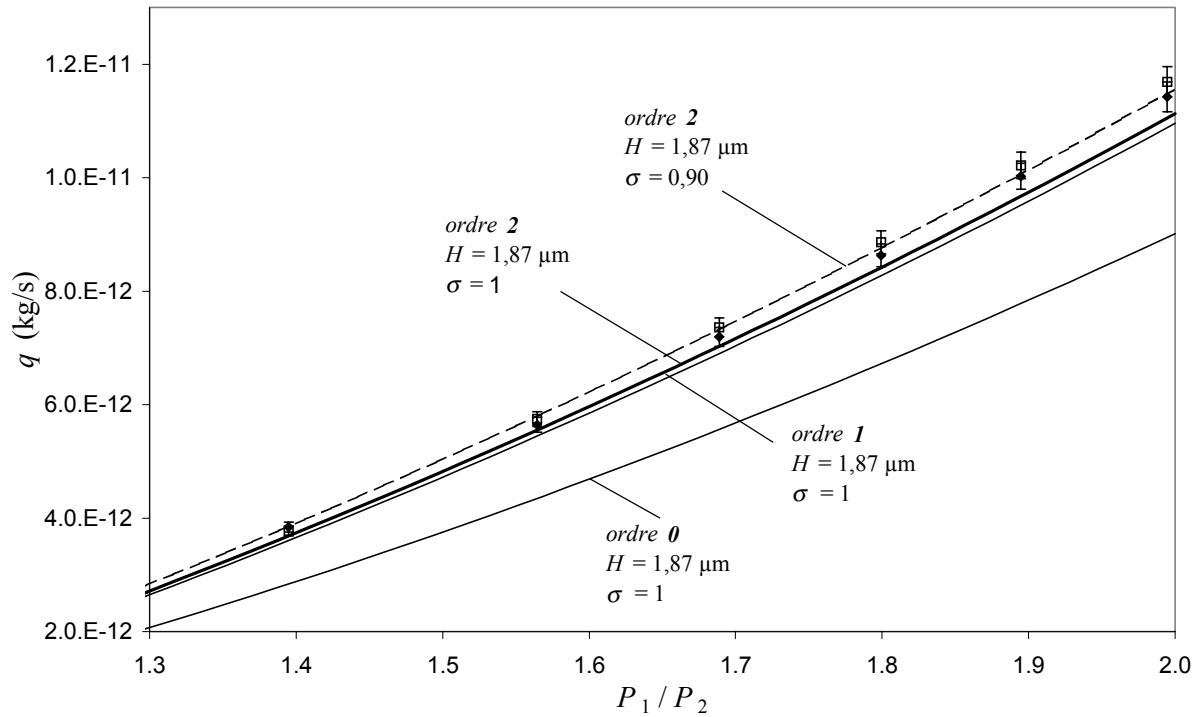


Figure E - 4 : T2PL, écoulement d'azote, $T = 294,2 \text{ K}$, $P_2 = 0,65 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $0,027 < Kn < 0,053$

E. 2. Ecoulements d'hélium

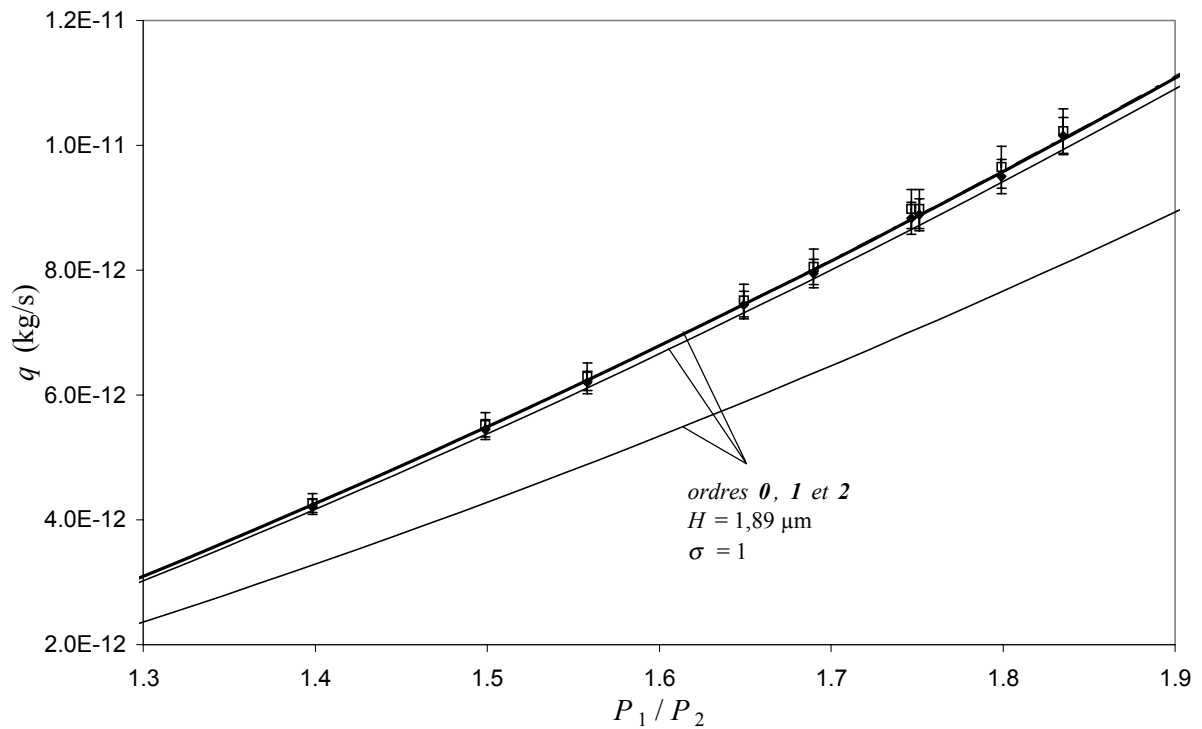
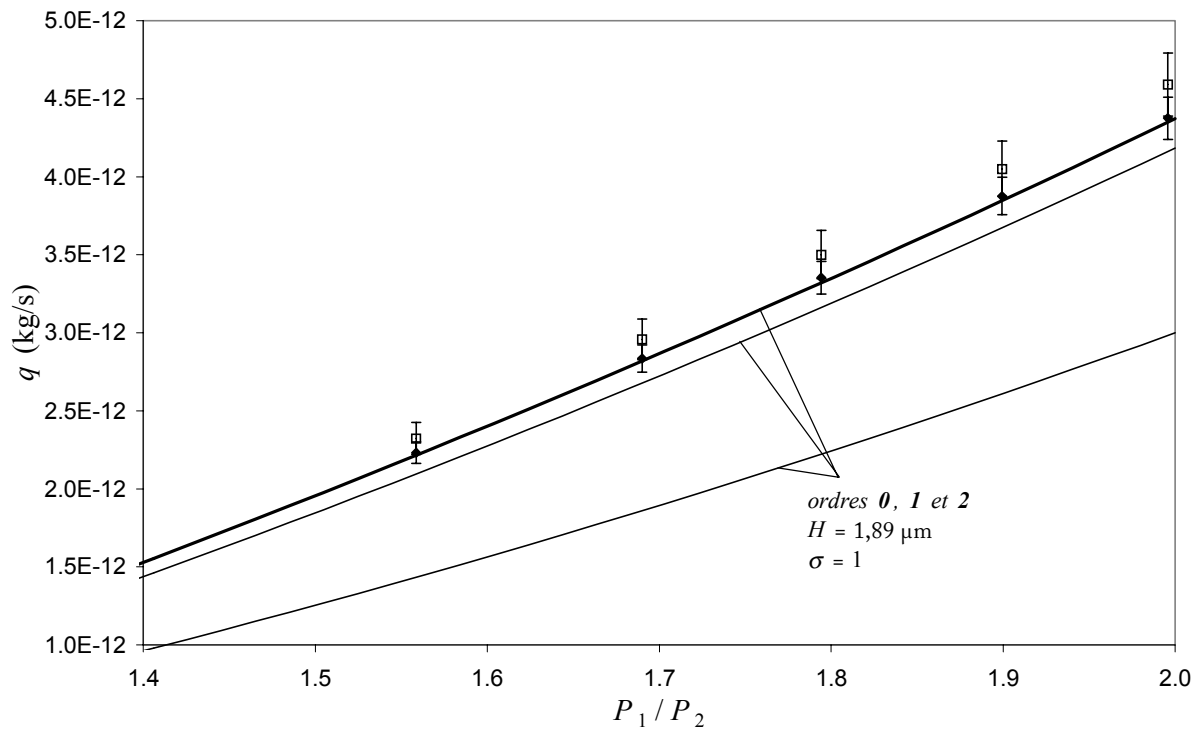
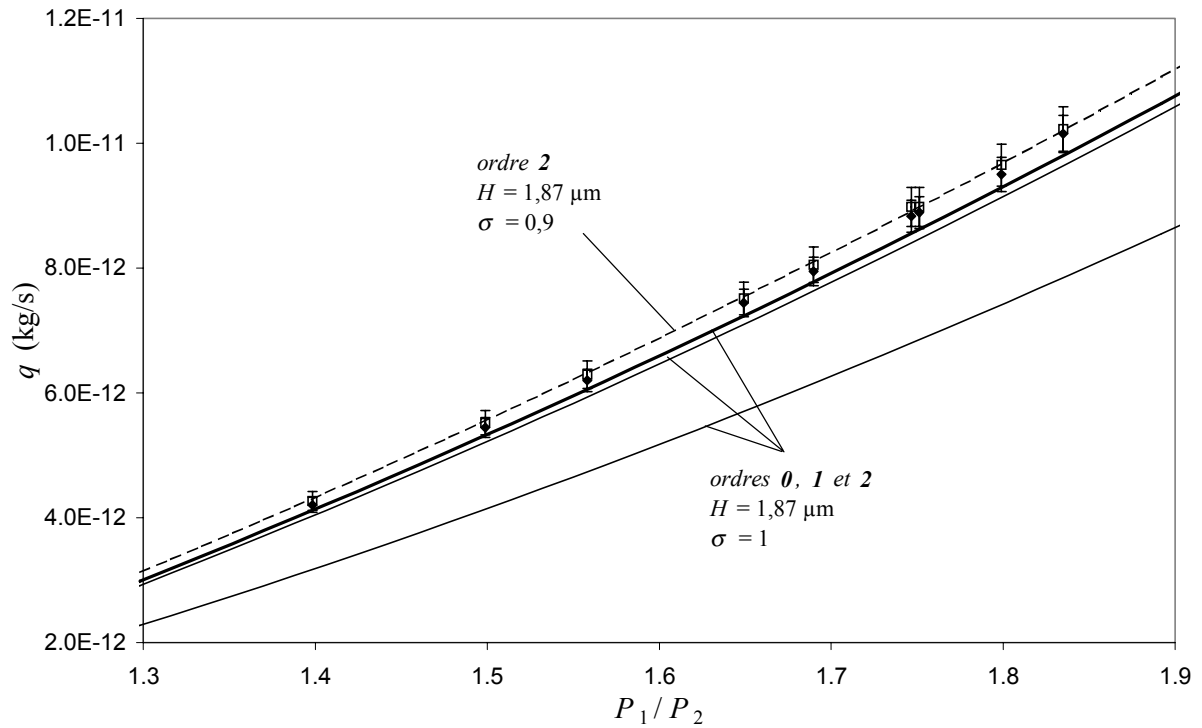


Figure E - 5 : T2PL, écoulement d'hélium, $T = 294,2 \text{ K}$, $P_2 = 1,90 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $0,029 < Kn < 0,053$



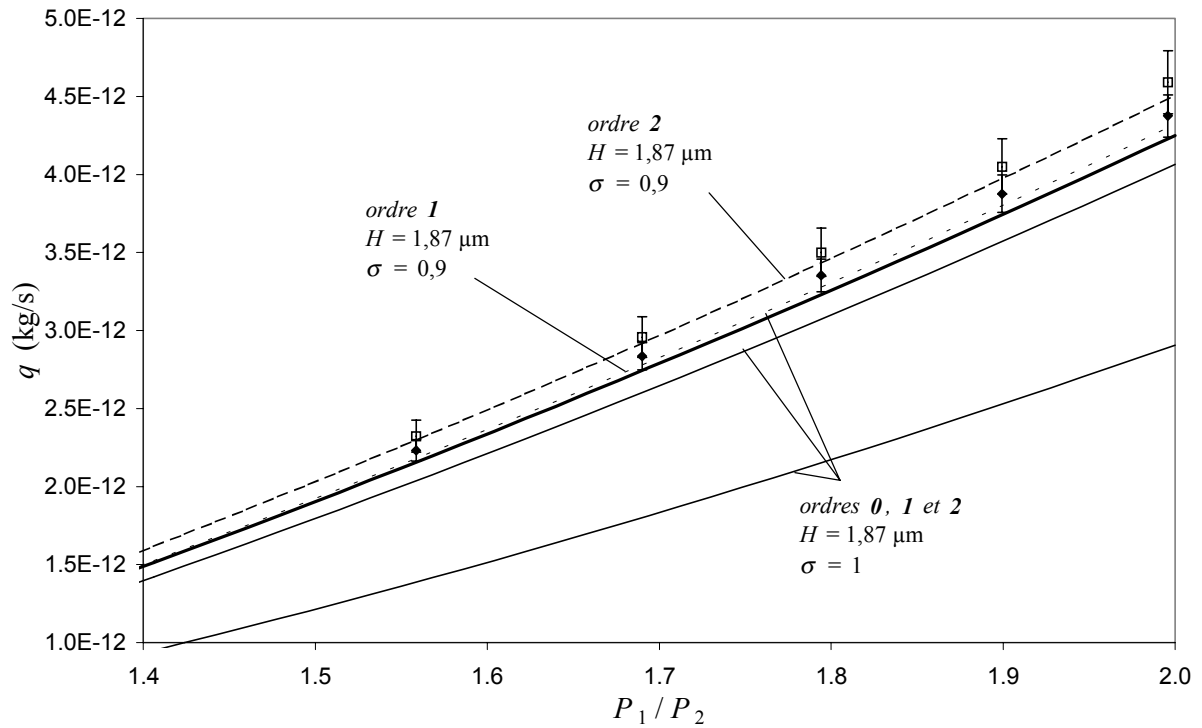


Figure E - 8 : T2PL, écoulement d'hélium, $T = 294,2 \text{ K}$, $P_2 = 1,026 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $0,05 < Kn < 0,1$

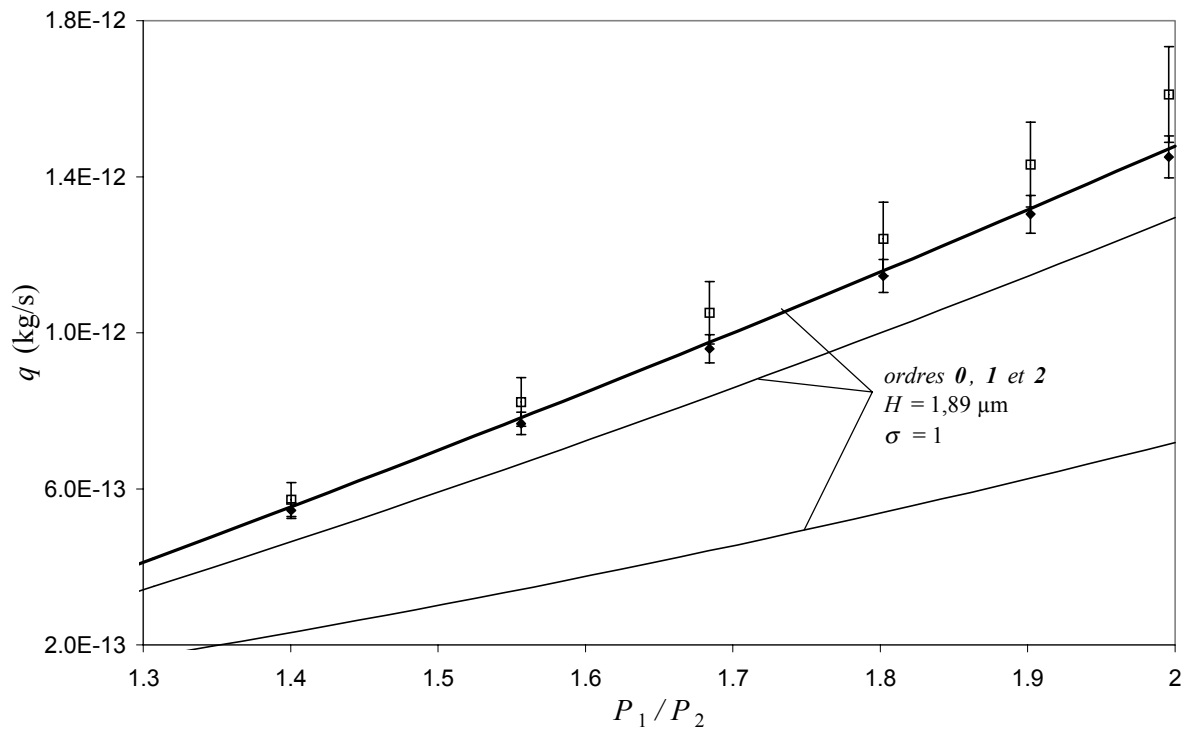


Figure E - 9 : T2PL, écoulement d'hélium, $T = 294,2 \text{ K}$, $P_2 = 0,50 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $0,1 < Kn < 0,2$

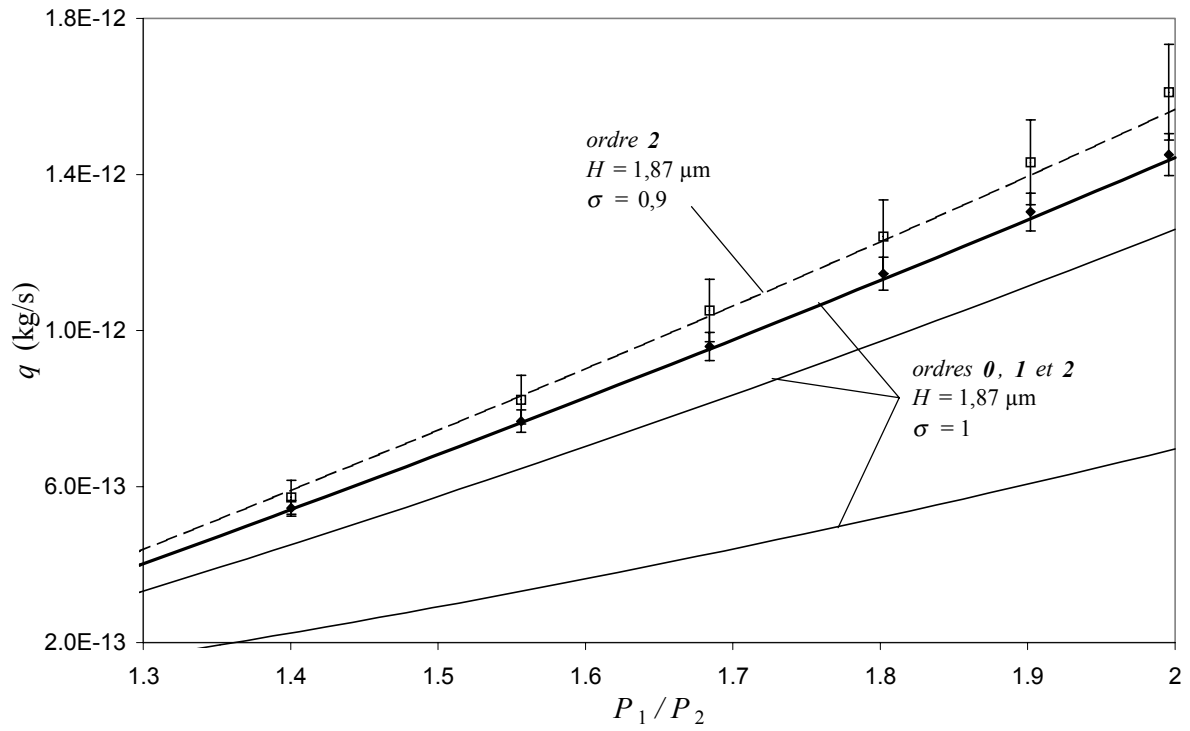


Figure E - 10 : T2PL, écoulement d'hélium, $T = 294,2 \text{ K}$, $P_2 = 0,50 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $0,1 < Kn < 0,2$

F- Résultats expérimentaux relatifs à l'échantillon T3

Les résultats présentés dans cette annexe sont complémentaires de ceux présentés au chapitre 3 (§3.3.4).

F. 1. Ecoulements d'azote

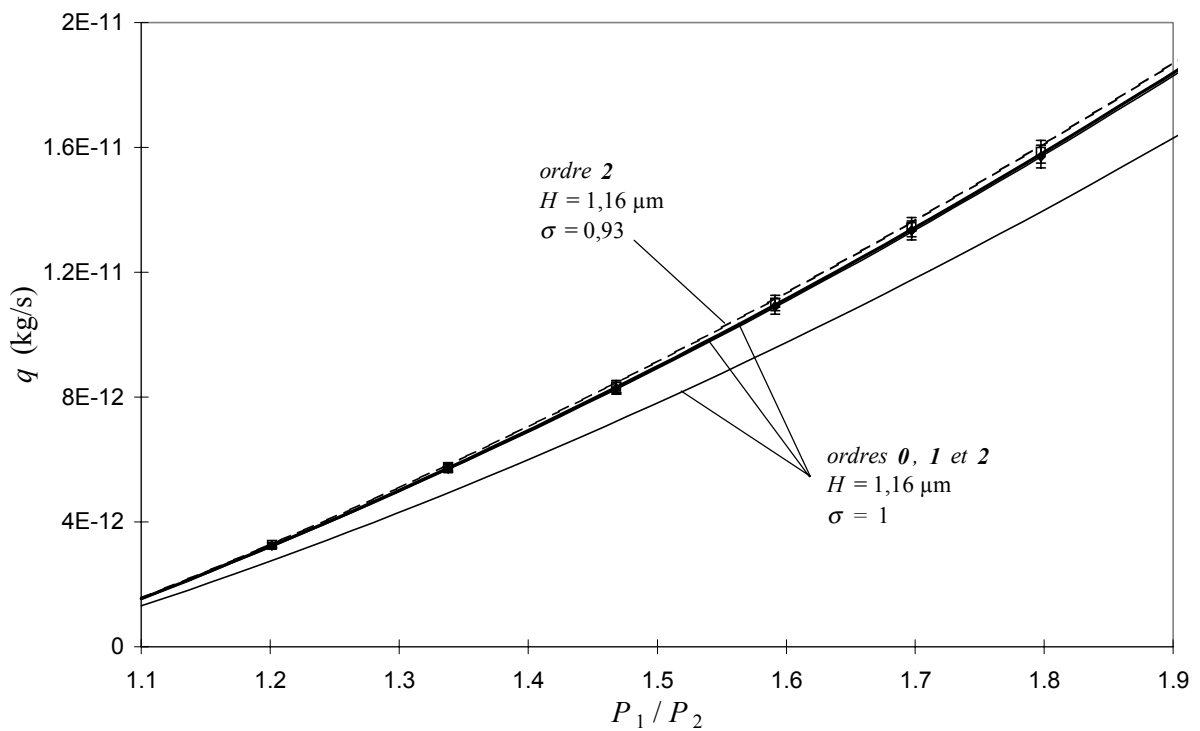


Figure F- 1 : T3, écoulement d'azote, $T = 294,2 \text{ K}$, $P_2 = 1,9 \cdot 10^5 \text{ Pa}$,
 $0,016 < Kn < 0,03$

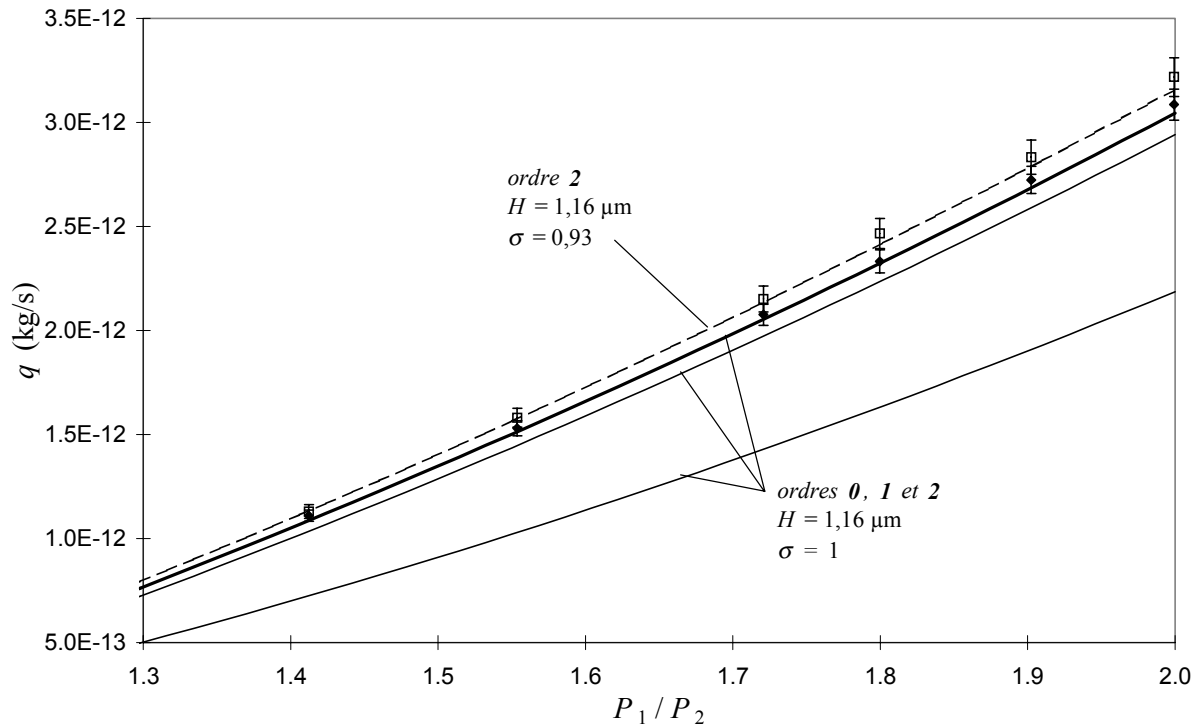


Figure F- 2 : T3, écoulement d'azote, $T = 294,2 \text{ K}$, $P_2 = 0,65 \cdot 10^5 \text{ Pa}$,
 $0,04 < Kn < 0,09$

F. 2. Ecoulements d'hélium

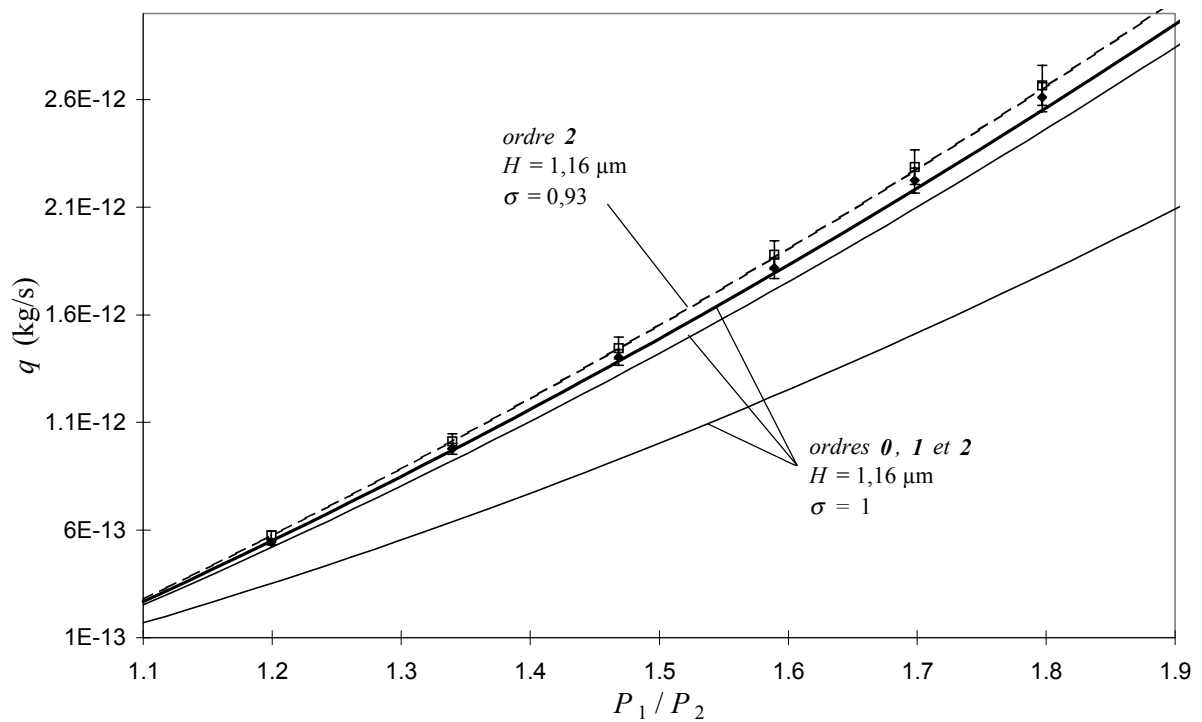


Figure F- 3 : T3, écoulement d'hélium, $T = 294,2 \text{ K}$, $P_2 = 1,9 \cdot 10^5 \text{ Pa}$,
 $0,05 < Kn < 0,09$

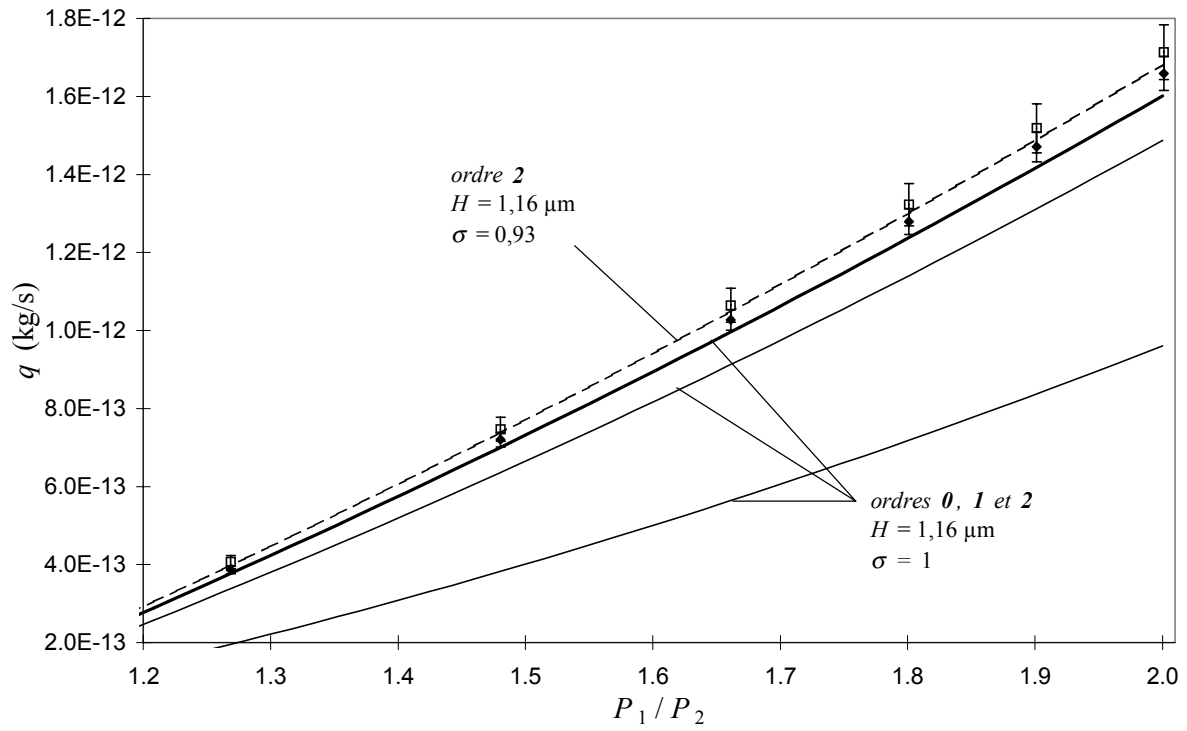


Figure F - 4 : T3, écoulement d'hélium, $T = 294,2$ K, $P_2 = 1,2 \cdot 10^5$ Pa, $0,07 < Kn < 0,14$

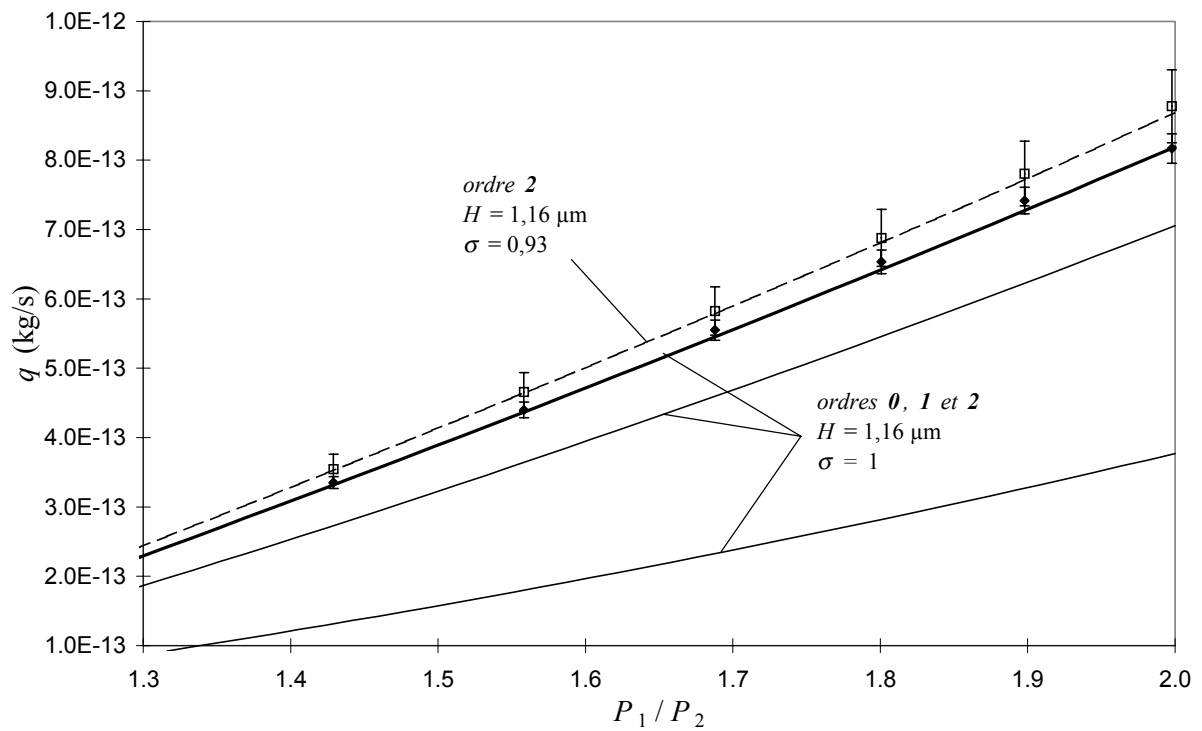


Figure F- 5 : T3, écoulement d'hélium, $T = 294,2$ K, $P_2 = 0,75 \cdot 10^5$ Pa, $0,1 < Kn < 0,22$

F. 3. Influence de la raréfaction

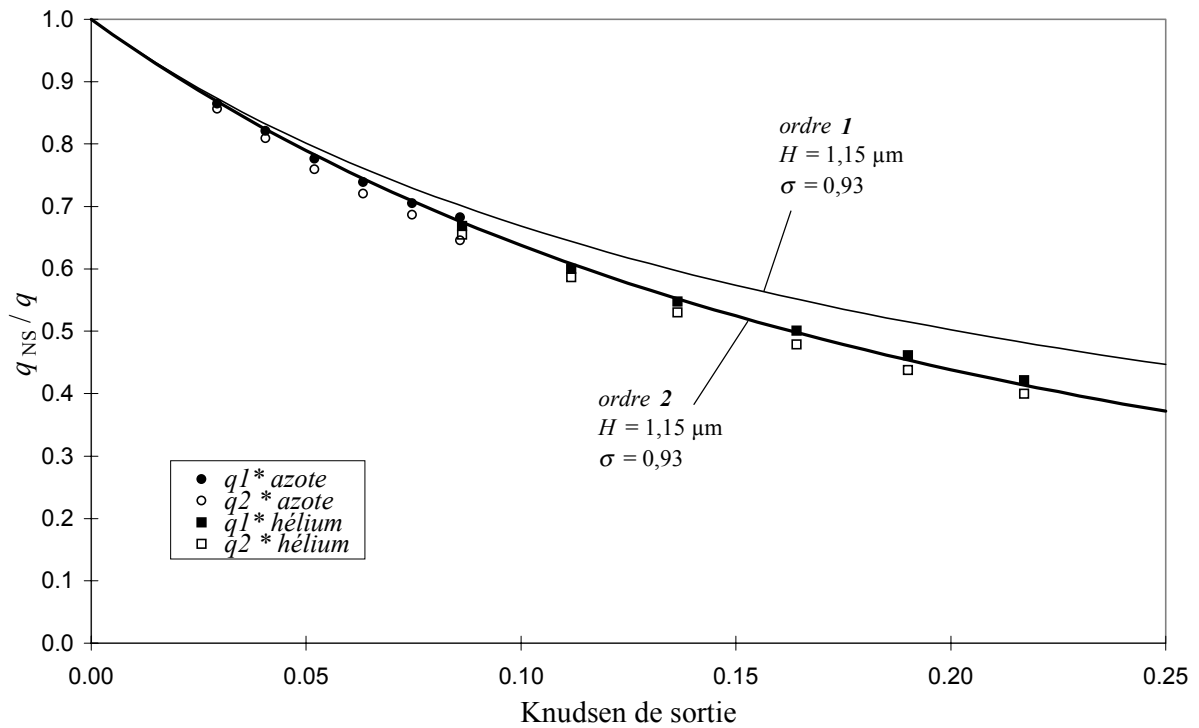


Figure F- 6 : T3, débits adimensionnels, $T = 294,2 \text{ K}$, $P_1/P_2 = 1,8$

G- Résultats expérimentaux relatifs à l'échantillon T4

Les résultats présentés dans cette annexe sont complémentaires de ceux présentés au chapitre 3 (§3.3.5).

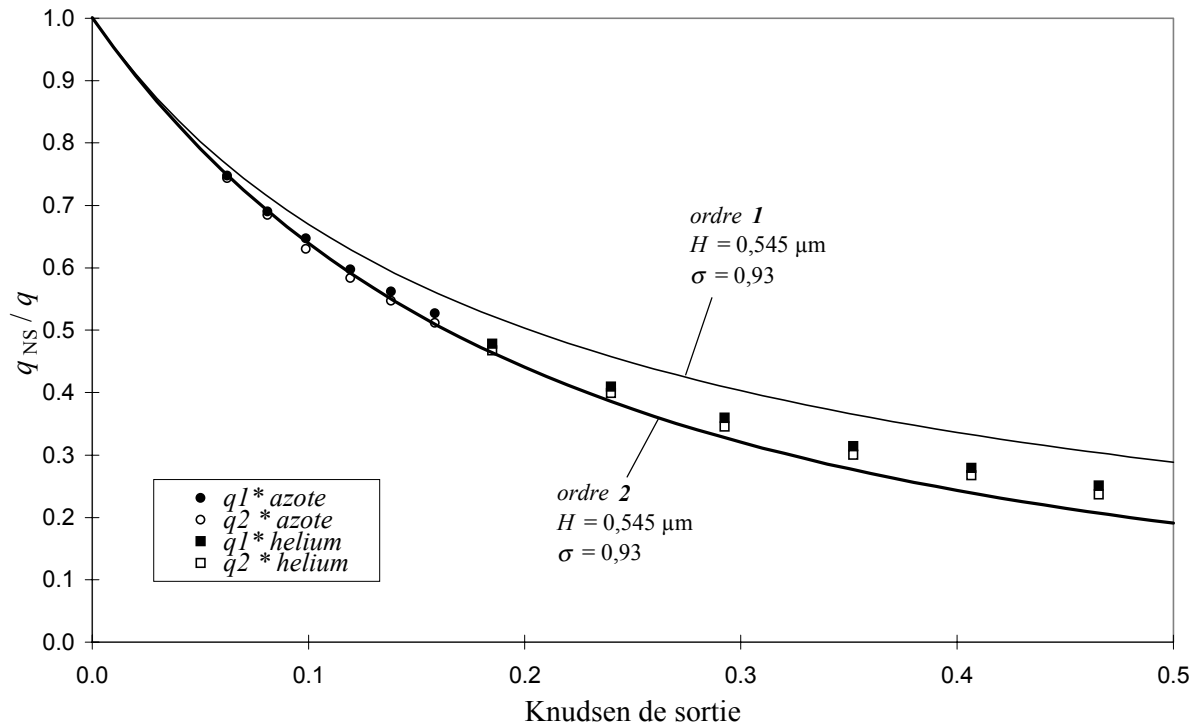


Figure G- 1 : T4, débits adimensionnels, $T = 294,2 \text{ K}$, $P_1 / P_2 = 1,8$

Microscale Thermophysical Engineering, 5:41-54, 2001
Copyright © 2001 Taylor & Francis
1089-3954/01 \$12.00 + .00



REPORTS

HIGH-ORDER BOUNDARY CONDITIONS FOR GASEOUS FLOWS IN RECTANGULAR MICRODUCTS

Cécile Aubert and Stéphane Colin

Laboratoire de Génie Mécanique de Toulouse, INSA, Département de Génie Mécanique, Toulouse, France

An analytical model of steady gaseous flows through rectangular microducts with second-order boundary conditions is proposed. It completes previous studies on flows in circular microtubes or between parallel plates found in the literature. The influence of the second-order terms and of the geometric parameters is analyzed. It is shown that the mass flow rate is underestimated when second-order terms are not taken into account and that these terms become more significant when the cross section of the microduct tends to a square cross section. Difficulties in obtaining exploitable experimental comparisons, due to problems in the determination of the Maxwell reflection coefficient σ_v , are also discussed.

New applications for fluidic microsystems are emerging in increasingly varied fields [1-5] (active flow control, micro dosing, drugs delivery, micro heating, etc.). A number of numerical [6-12], analytical, and experimental studies [13-25] concerning gaseous flows in microducts have been carried out. With a few exceptions [26-28], they mainly concern steady flows in long microducts, frequently found in MEMS.

For this type of microduct, the Knudsen number Kn , defined as the ratio of the mean free path \bar{l} over a characteristic length of the flow, is often in the range of 10^{-3} - 10^{-1} . The corresponding slightly rarefied regime is the so-called slip-flow. For Knudsen numbers above about 10^{-3} , the classical boundary conditions of no-slip velocity and no temperature jump at the walls break down. On the other hand, the Navier-Stokes equations remain usable up to $Kn = 10^{-1}$ or thereabouts [2]. They are generally associated with Maxwell-Smoluchowski boundary conditions, which express a temperature and a velocity jump at the wall. These equations are based on a momentum and an energy balance near the wall. From a Taylor series expansion, limited to the first order, it can be shown that the velocity and the temperature at the wall are proportional to their respective transverse gradients. When the Knudsen number increases, up to or even slightly above 10^{-1} , one might think it would be necessary to take into account the higher-order terms in the Taylor expansion.

Several authors have addressed this problem, trying to take into account the second-order terms. Two different approaches are presented in the literature. Beskok and Kar-

Received 12 May 2000; accepted 31 August 2000.

Address correspondence to Dr. Stéphane Colin, INSA, Département de Génie Mécanique, 135 avenue de Rangueil, 31077 Toulouse Cedex 4, France. E-mail: stephane.colin@insa-tlse.fr

NOMENCLATURE			
a	aspect ratio	P^*	normalized pressure ($= P/P_{ns}$)
a_0	no-slip coefficient	R	gas constant
a_1, a_2, a_3	coefficients	T	temperature
A_{ij}, N_{ij}	matrix	W	axial velocity
b	half-width	W_0	reference velocity ($= -h^2 \mu dP/dz$)
$F(x, \beta_i)$	function	W^*	normalized velocity ($= W/W_0$)
h	half-depth	x, y, z	coordinates
Kn	Knudsen number	x^*, y^*, z^*	normalized coordinates ($= x/b, y/h, z/L$)
L	length	$\beta_i, \delta_i, \phi_i, \psi_j$	eigenvalues
\bar{l}	mean free path	μ	dynamic viscosity
M	mass flow rate	Π	pressure ratio ($= P_i/P_o$)
M_{ns}	mass flow rate from a no-slip model	ρ	density
M_p	mass flow rate between parallel plates	σ_v	momentum accommodation coefficient
M_{nsp}	mass flow rate between parallel plates from a no-slip model	(Σ)	cross section
M^*	normalized mass flow rate ($= M/M_{ns}$)	Subscripts	
M_p^*	normalized mass flow rate ($= M_p/M_{nsp}$)	i	inlet section
P	pressure	o	outlet section
P_{ns}	pressure from a no-slip model		

dianakis [29] have proposed a unified model, intended to cover the whole Knudsen range up to free molecular flow. This is an ambitious approach, but it does not easily permit the development of analytical or semianalytical models, since some parameters need calibration based on experiments or on numerical simulation of the Boltzmann equation. The other authors have invested in developing simple models, well adapted to flows in long microducts. Here, we adopt this approach with the purpose of obtaining an easily usable model, as well as considering a multidisciplinary approach, which is particularly useful in the study of fluidic microsystems. Until now, semianalytical models involving second-order terms have been developed, but only for flows in circular microtubes [30] or between parallel plates [31]. The only models of this type relating to rectangular sections [32, 33] are limited to first-order boundary conditions. Morini and Spiga [33] studied a steady, hydrodynamically developed, laminar flow in rectangular ducts with first-order boundary conditions. They proposed a velocity distribution, obtained from an integral transform method, assuming that the axial pressure gradient is constant, which is only an approximation [19, 24]. Ebert and Sparrow [32] also studied a rarefied gas flow in rectangular ducts with first-order slip boundary conditions. They proposed a solution for the axial velocity in terms of a Fourier series. In fact, any function can be expanded in a Fourier series, providing the expansion is based on orthogonal and normed functions over the domain. For second-order boundary conditions, this condition is no longer satisfied by the expansion proposed by Ebert and Sparrow, which leads to a diverging series [34]. Consequently, their model cannot be directly extended to second-order boundary conditions.

To complete these studies, we propose in this article a resolution of the Navier-Stokes equations, with Deissler second-order boundary conditions [35], for a steady flow of gas through a rectangular microduct.

GOVERNING EQUATIONS AND ANALYTICAL PROCEDURE

The Cartesian coordinate system (x, y, z) is used. The length of the microduct is L , its width is $2b$, and its depth is $2h$, so that $z \in [0, L]$, $x \in [-b, +b]$, and $y \in [-h, +h]$. The aspect ratio of the cross section

$$a = \frac{h}{b} \quad (1)$$

ranges from 0 (parallel plates) to 1 (square duct), assuming $h \leq b$.

The Knudsen number,

$$\text{Kn} = \frac{\bar{l}}{2h} = \frac{\mu}{2hP} \sqrt{\frac{\pi RT}{2}} \quad (2)$$

is defined from the depth $2h$. In this equation, μ is the dynamic viscosity, R is the specific gas constant, and T and P are the gas absolute temperature and pressure, respectively.

Assumptions and Governing Equations

1. The flow is steady, laminar, and isothermal, and the gas is ideal.
2. The transverse velocities are neglected compared with the axial velocity W .
3. The duct is long: $h \ll L$ and $b \ll L$.
4. The flow is locally fully developed, i.e., the density ρ and the pressure P are constant [19] within a cross section. The axial distribution of the velocity is due to the axial pressure and density gradients. This assumption is no longer valid when the mach number is larger than 0.3 [19, 24].

Under these assumptions, the steady compressible gaseous flow in a cross section of the rectangular microduct is governed by the conservation equations for mass,

$$\frac{\partial W}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

and momentum, which can be written in the nondimensional form

$$\frac{\partial^2 W^*}{\partial y^{*2}} + a^2 \frac{\partial^2 W^*}{\partial x^{*2}} = -1 \quad (4)$$

where

$$x^* = \frac{x}{b} \quad y^* = \frac{y}{h} \quad W^* = \frac{W}{W_0} \quad \text{with} \quad W_0 = \frac{-h^2}{\mu} \frac{dP}{dz}$$

and by the state equation

$$P = \rho RT \quad (5)$$

Boundary Conditions

The slip velocity at the wall is in our case the velocity of the flow at a point of the wall (at $x = \pm b$ or at $y = \pm h$). It is generally modeled from a local momentum balance, the shear stress at the walls being defined as the fraction of the momentum transferred per unit area and per unit time to the walls. This fraction σ_v is called momentum accommodation coefficient. From a second-order Taylor series expansion of the velocity at the walls, Deissler [35] has proposed second-order slip boundary conditions, which may be written in the form

$$W|_{y=h} = -\frac{2-\sigma_v}{\sigma_v} \bar{l} \frac{\partial W}{\partial y} \Big|_{y=h} - \frac{9}{8} \bar{l}^2 \left(2 \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \Big|_{y=h} + \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \Big|_{y=h} + \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} \Big|_{y=h} \right) \quad (6)$$

and

$$W|_{x=b} = -\frac{2-\sigma_v}{\sigma_v} \bar{l} \frac{\partial W}{\partial x} \Big|_{x=b} - \frac{9}{8} \bar{l}^2 \left(2 \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \Big|_{x=b} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \Big|_{x=b} + \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} \Big|_{x=b} \right) \quad (7)$$

Due to the double symmetry of the problem, the study may be restricted to the quadrant $0 \leq x^* \leq 1$ and $0 \leq y^* \leq 1$. Our choice of Deissler boundary conditions rather than other second-order formulations [6] is due to the physical approach proposed by Deissler, where the shear stress satisfies the definition of a Newtonian fluid used in the Navier-Stokes equations. This is an important argument to justify the use of these second-order boundary conditions with the Navier-Stokes, rather than with the Burnett equations, whose complexity is not easily compatible with the development of semianalytical models.

In Eqs. (6) and (7), the term $\partial^2 W / \partial z^2$ vanishes according to Eq. (3). Finally, using the momentum equation (4), these equations may be written in a nondimensional form as follows:

$$W^*|_{y^*=1} = -\frac{2-\sigma_v}{\sigma_v} 2\text{Kn} \frac{\partial W^*}{\partial y^*} \Big|_{y^*=1} - \frac{9}{4} \text{Kn}^2 \left(\frac{\partial^2 W^*}{\partial y^{*2}} \Big|_{y^*=1} - 1 \right) \quad (8)$$

and

$$W^*|_{x^*=1} = -\frac{2-\sigma_v}{\sigma_v} 2a \text{Kn} \frac{\partial W^*}{\partial x^*} \Big|_{x^*=1} - \frac{9}{4} \text{Kn}^2 \left(a^2 \frac{\partial^2 W^*}{\partial x^{*2}} \Big|_{x^*=1} - 1 \right) \quad (9)$$

Velocity Distribution

We have shown [34] that the velocity distribution proposed by Ebert and Sparrow [32], in the form of a single Fourier series $W^*(x^*, y^*) = \sum_{i=1}^{\infty} F(x^*, \delta_i) \cos(\delta_i y^*)$, does not converge with second-order boundary conditions. In fact, the roots δ_i , obtained from the boundary condition (8), are such that the functions $\cos(\delta_i y^*)$ are no longer orthogonal on the interval $[-1, 1]$. So, we propose a new form,

$$W^*(x^*, y^*) = \sum_{i,j=1}^{\infty} A_{ij} N_{ij} \cos\left(\varphi_i \frac{x^*}{a}\right) \cos(\psi_j y^*) + \frac{9}{4} \text{Kn}^2 \quad (10)$$

based on a double Fourier series. The functions $\omega_{ij}(x^*, y^*) = \cos\left(\varphi_i \frac{x^*}{a}\right) \cos(\psi_j y^*)$ are orthogonal over the domain $[-1, 1] \times [-1, 1]$. They are solutions to the eigenvalues problem stemming from Eqs. (3), (4), (8), and (9). The terms N_{ij} are such that the functions $N_{ij} \cos\left(\varphi_i \frac{x^*}{a}\right) \cos(\psi_j y^*)$ are normed over the domain $[-1, 1] \times [-1, 1]$.

The conditions (8) and (9) require ψ_j and φ_i to be solutions of

$$1 - 2 \text{Kn} \frac{(2 - \sigma_v)}{\sigma_v} \psi_j \tan \psi_j - \frac{9}{4} \text{Kn}^2 \psi_j^2 = 0 \quad (11)$$

and

$$1 - 2 \text{Kn} \frac{(2 - \sigma_v)}{\sigma_v} \varphi_i \tan \frac{\varphi_i}{a} - \frac{9}{4} \text{Kn}^2 \varphi_i^2 = 0 \quad (12)$$

In order to determine the terms A_{ij} , the solution (10) is substituted into the momentum equation (4). Furthermore, the right-hand side of Eq. (4) is expanded in a double Fourier series. Finally, it is found that

$$A_{ij} N_{ij} = \frac{1}{\varphi_i^2 + \psi_j^2} \left\{ \frac{4 \sin(\varphi_i/a) \sin \psi_j}{\varphi_i \psi_j} + \frac{9}{2} \frac{\sigma_v}{2 - \sigma_v} \text{Kn} \left[\frac{\sin(\varphi_i/a) \cos \psi_j}{\varphi_i} + \frac{\cos(\varphi_i/a) \sin \psi_j}{\psi_j} \right] \right\} \\ \times \left(\left[\frac{1}{a} + \frac{\cos(\varphi_i/a) \sin(\varphi_i/a)}{\varphi_i} \right] \left(1 + \frac{\sin \psi_j \cos \psi_j}{\psi_j} \right) + \frac{9}{4} \frac{\sigma_v}{2 - \sigma_v} \text{Kn} \left\{ \cos^2 \psi_j \left[\frac{1}{a} + \frac{\cos(\varphi_i/a) \sin(\varphi_i/a)}{\varphi_i} \right] + \cos^2 \frac{\varphi_i}{a} \left(1 + \frac{\sin \psi_j \cos \psi_j}{\psi_j} \right) \right\} \right)^{-1} \quad (13)$$

Whatever the aspect ratio a , the convergence of the series (10) has been verified. In every case, the asymptotic value of the sum is reached with a good precision from a number of roots $\psi_j(\text{Kn}, \text{Kn}^2)$ and $\varphi_i(a, \text{Kn}, \text{Kn}^2)$ from Eqs. (11) and (12) lower than 50. In Figure 1, the normalized velocity distribution W^* is plotted for $x^* = 0$. The solutions proposed by Morini and Spiga [33] and by Ebert and Sparrow [32] and the second-order solution of Eq. (10) are compared for $\sigma_v = 1$, $\text{Kn} = 0.1$, and $a = 1$. The slight deviation observed between the velocity distributions from the Morini and Spiga and from the Ebert and Sparrow models, results from their two different ways of solving the same first-order problem. It is pointed out that the flow rate is underestimated (about 10% in the case of Figure 1) when the second-order terms are not taken into account. Moreover, it has been verified that the velocity distribution obtained with a second-order model cannot be deduced from a simple translation of the first-order velocity distribution.

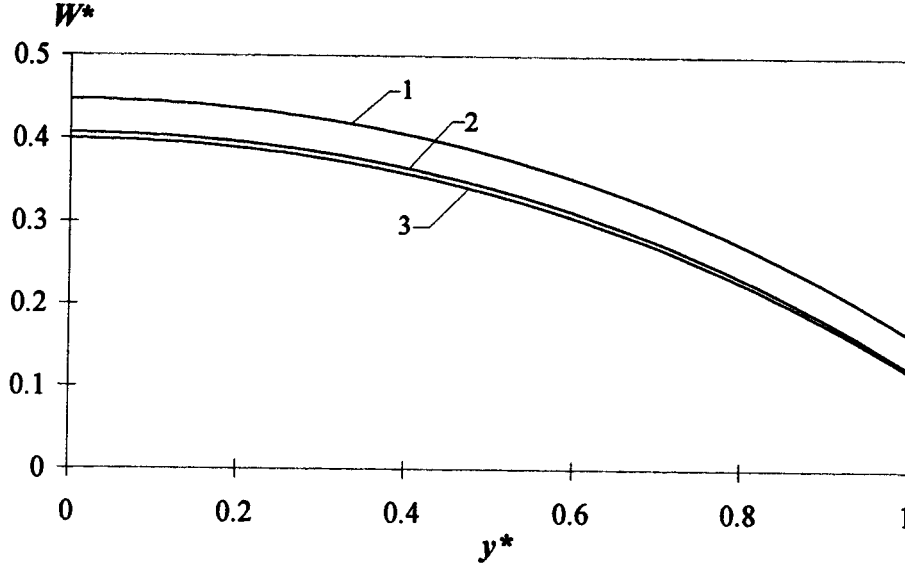


Figure 1. Normalized velocity distribution in a cross section, $a = 1$, $\text{Kn} = 0.1$, $\sigma_v = 1$: (1) second-order model; (2) first-order model (Ebert and Sparrow, 1965); (3) first-order model (Morini and Spiga, 1998).

Mass Flow Rate

$$M = \iint_{(\Sigma)} \rho W \, dx \, dy \quad (14)$$

is the mass flow rate through the cross section (Σ). The integration across the section yields

$$M = -\frac{\rho h^2}{\mu} \frac{dP}{dz} \frac{4h^2}{a} \left[\sum_{i,j=1}^{\infty} A_{ij} N_{ij} \frac{a \sin(\varphi_i/a) \sin \psi_j}{\varphi_i \psi_j} + \frac{9}{4} \text{Kn}^2 \right] \quad (15)$$

In order to obtain M as a function of the outlet pressure P_o and the inlet pressure P_i , Eq. (15) must be integrated along the microduct. Now, for an isothermal flow and given geometric dimensions, the local Knudsen number depends only on the pressure $P(z)$. Consequently, the solutions ψ_j and φ_i of Eqs. (11) and (12) depend on the position along the z axis. The bracketed term of Eq. (15) can be very precisely fitted by the polynomial function $a_1 + a_2 \text{Kn} + a_3 \text{Kn}^2$, where a_1 , a_2 , and a_3 are coefficients depending on the aspect ratio a of the cross section and also on the momentum accommodation coefficient σ_v for a_2 and a_3 . Thus,

$$M = -\frac{4h^2}{a} \frac{h^2}{\mu} \frac{dP}{dz} \frac{P}{RT} (a_1 + a_2 \text{Kn} + a_3 \text{Kn}^2) \quad (16)$$

Some numerical values of the coefficients a_1 , a_2 , and a_3 , obtained with a least-squares fitting method, are given in Table 1.

Table 1. Numerical values of the coefficients a_1 , a_2 , and a_3 for different values of the aspect ratio a and the momentum accommodation coefficient σ_v

a	σ_v		
	0.9	1	1.1
0.25	$a_1 = 0.2808$	$a_1 = 0.2808$	$a_1 = 0.2808$
	$a_2 = 2.139$	$a_2 = 1.752$	$a_2 = 1.435$
	$a_3 = 3.999$	$a_3 = 4.092$	$a_3 = 4.162$
0.5	$a_1 = 0.2286$	$a_1 = 0.2286$	$a_1 = 0.2286$
	$a_2 = 1.838$	$a_2 = 1.508$	$a_2 = 1.237$
	$a_3 = 3.578$	$a_3 = 3.736$	$a_3 = 3.862$
0.75	$a_1 = 0.1804$	$a_1 = 0.1804$	$a_1 = 0.1804$
	$a_2 = 1.580$	$a_2 = 1.299$	$a_2 = 1.067$
	$a_3 = 3.377$	$a_3 = 3.545$	$a_3 = 3.685$
1	$a_1 = 0.1405$	$a_1 = 0.1405$	$a_1 = 0.1405$
	$a_2 = 1.383$	$a_2 = 1.138$	$a_2 = 0.9365$
	$a_3 = 3.317$	$a_3 = 3.474$	$a_3 = 3.606$

For an isothermal flow, Eq. (2) shows that $\text{Kn} P$ is constant. Consequently, Eq. (16) becomes

$$M = -\frac{4h^2}{a} \frac{h^2}{\mu} \frac{dP}{dz} \frac{P}{RT} \left[a_1 + a_2 \text{Kn}_o \frac{P_o}{P} + a_3 \text{Kn}_o^2 \left(\frac{P_o}{P} \right)^2 \right] \quad (17)$$

where o denotes the conditions at the outlet of the microduct. After integration along the microduct, we obtain

$$M = \frac{4h^4 P_o^2}{a\mu RTL} \left[\frac{a_1(\Pi^2 - 1)}{2} + a_2 \text{Kn}_o(\Pi - 1) + a_3 \text{Kn}_o^2 \ln \Pi \right] \quad (18)$$

in which Π is the ratio of the inlet pressure P_i over the outlet pressure P_o . The mass flow rate M_{ns} corresponding to a no-slip condition at the walls can be easily obtained analytically from [32]. Equation (18) leads to the same result when Kn_o is zero: it has been verified that the numerically calculated value of a_1 corresponds closely to the analytical expression

$$a_1 = 2 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\sin^2 \beta_i}{\beta_i^4 (\beta_i + \cos \beta_i \sin \beta_i)} \left(\beta_i - a \tanh \frac{\beta_i}{a} \right) \quad (19)$$

obtained from M_{ns} , with

$$\beta_i = \frac{(2i-1)\pi}{2} \quad (20)$$

It is now convenient to normalize the mass flow rate M obtained with a second-order boundary condition in the form

$$M^* = \frac{M}{M_{\text{ns}}} = 1 + 2 \frac{a_2}{a_1} \text{Kn}_o \frac{1}{\Pi + 1} + 2 \frac{a_3}{a_1} \text{Kn}_o^2 \frac{\ln \Pi}{\Pi^2 - 1} \quad (21)$$

The axial distribution of the pressure P can also be found, solving numerically the equation

$$\begin{aligned} & \frac{a_1}{2} \left[\left(\frac{P}{P_o} \right)^2 - 1 \right] + a_2 \text{Kn}_o \left(\frac{P}{P_o} - 1 \right) + a_3 \text{Kn}_o^2 \ln \left(\frac{P}{P_o} \right) \\ & = \left(1 - \frac{z}{L} \right) \left[\frac{a_1}{2} (\Pi^2 - 1) + a_2 \text{Kn}_o (\Pi - 1) + a_3 \text{Kn}_o^2 \ln \Pi \right] \end{aligned} \quad (22)$$

Equation (22) results from the mass conservation, which involves equality between $(1/z) \int_0^z M dz$ and $(1/L) \int_0^L M dz$ calculated from Eq. (17).

DISCUSSION

We consider a pressure-driven flow in the rectangular microduct with fixed outlet pressure P_o and temperature T_o . Thus, for an isothermal flow of a given gas, the outlet Knudsen number is determined by the depth $2h$ of the microduct.

It is of interest to compare M^* with the mass flow rate obtained with a first-order boundary condition over the mass flow rate obtained without slip at the walls. The first-order model can be obtained from the present second-order model by neglecting the Kn^2 terms in Eqs. (10), (11), and (12) and the Kn terms in Eq. (13), which come from the second-order terms of the boundary conditions. This gives the same result as that obtained from the Ebert and Sparrow model. M^* from Eq. (21) has also been compared to the normalized mass flow M_p^* corresponding to a second-order model for slip flow between parallel plates. The form

$$M_p^* = \frac{M_p}{M_{nsp}} = 1 + 12 \frac{\text{Kn}_o}{\Pi + 1} + 27 \text{Kn}_o^2 \frac{\ln}{\Pi^2 - 1} \quad (23)$$

has been calculated, considering a plane flow and using the boundary conditions of Deissler [34]. It has been verified that Eqs. (21) and (23) give the same result when the aspect ratio tends to zero. The difference between M^* and M_p^* is no longer negligible when $a > 10^{-2}$. In Figure 2, M^* is plotted as a function of the inlet over outlet pressure ratio Π . The outlet Knudsen number Kn_o is equal to 0.1, and two values (1 and 0.1) of the aspect ratio a are considered. Firstly, Figure 2 confirms that the mass flow rate is underestimated when second-order terms are not taken into account. This result is in agreement with previous studies concerning rarefied flows in circular tubes [30, 35] and between parallel plates [31]. Second, the greater the aspect ratio, the greater the difference between the second-order model and the first-order model. For the pressure ratio $\Pi = 1.1$ and the highest aspect ratio ($a = 1$), a 13% deviation is reached between the first-order model and the proposed second-order model for $\text{Kn}_o = 0.1$. This deviation is to be compared with the 7% deviation calculated for a flow between parallel plates ($a = 0$) in the same conditions. The outlet Knudsen number Kn_o being constant, the depth $2h$ of the microduct is the same whatever the value of a . For a fixed value of the depth, the microduct surface over volume ratio decreases with the aspect ratio. Thus the role of slip and consequently the importance of the second-order terms decreases with the decrease in the aspect ratio a .

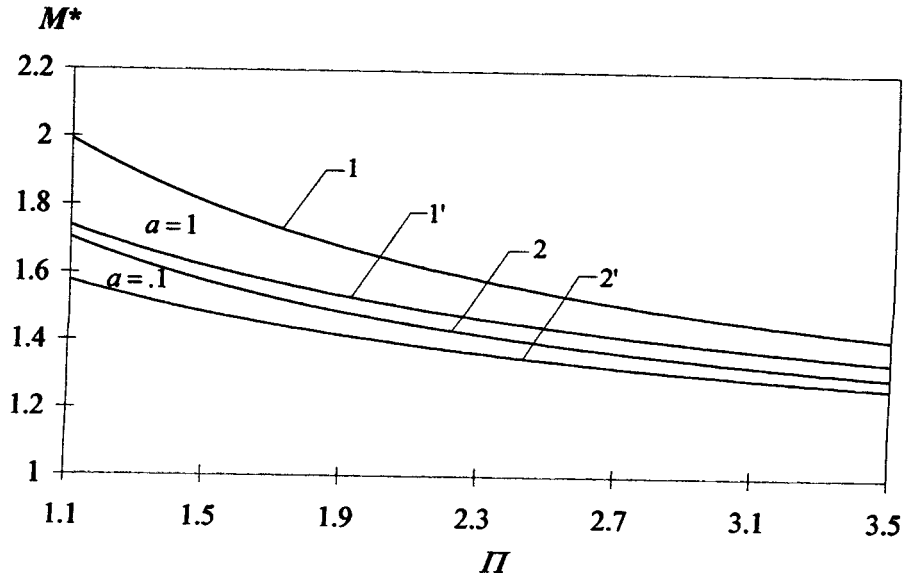


Figure 2. Influence of the aspect ratio on the normalized mass flow rate, $Kn_o = 0.1, \sigma_v = 1, a = 1$: (1) second-order model; (1') first-order model. $a = 0.1$: (2) second-order model; (2') first-order model.

Figure 3 shows the axial distribution of the normalized pressure P^* in the function of $z^* = z/L$, $P^*(z^*)$ being defined as the ratio of the pressure $P(z^*)$ obtained from the second-order model to the pressure $P_{ns}(z^*)$ corresponding to a no-slip model. In this figure, $Kn_o = 0.1, a \in \{0.1; 1\}, \sigma_v = 1$, and $\Pi = 2.5$. The normalized pressure P^* is compared with the ratio of the pressure obtained from the first-order model to $P_{ns}(z^*)$. It is known [7, 13, 36] that compressibility and rarefaction have opposite effects on the curvature of $P(z^*)$ distribution. Thus, slip at the walls results in a decrease of the pressure P for each value of $z^* \in]0; 1[$. Consequently, P^* is always less than unity. Moreover, Figure 3 shows that P^* is overestimated if first-order terms are considered only. The maximum effect of the slip on the pressure is found for $z^* = 0.78$, whatever the aspect ratio of the section and the order (first or second) considered. On the other hand, for this value of z^* , the deviation between first and second order depends on the aspect ratio. The relative value of this deviation is equal to 20% for $a = 0.1$ and it increases to 25% for $a = 1$. However, this corresponds to a shift of pressure P equal to about 1.1% between the first- and the second-order model, for $a = 1$. This value is too low to permit significant discussions from a comparison with available experimental data of pressure distributions [23].

In Figures 4 and 5, mass flow rate simulations from the above rectangular second-order model are compared with experimental data. Figure 4 reports the experimental data of Arkilic et al. [13]. They studied a helium flow through a $1.33\text{-}\mu\text{m}$ -deep and $52.25\text{-}\mu\text{m}$ -wide microduct, at a temperature $T = 314$ K. For a Knudsen number ranging from 0.06 (at the inlet) to 0.165 (at the outlet), a good correlation between our rectangular second-order model and experimental results is observed, for a fitting value of the reflection coefficient $\sigma_v = 1.1$. In this case, $a = 2.545 \times 10^{-2}, a_1 = 0.3279, a_2 = 1.617$, and $a_3 = 4.459$. Figure 5 reports the experimental data of Shih et al. [23] for a helium flow

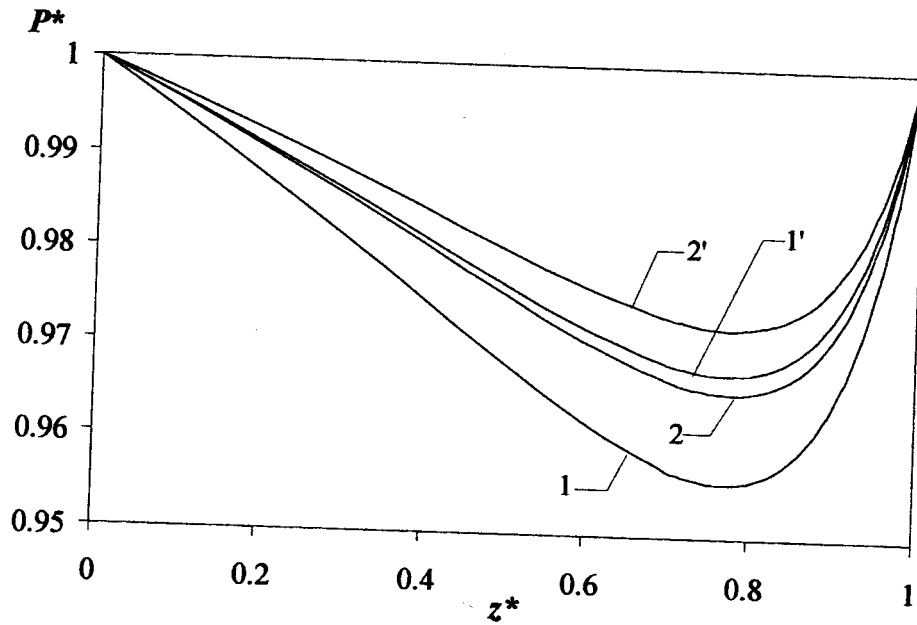


Figure 3. Influence of the aspect ratio on the normalized axial pressure distribution, $Kn_o = 0.1$, $\sigma_v = 1$. $a = 1$: (1) second-order model; (1') first-order model. $a = 0.1$: (2) second-order model; (2') first-order model.

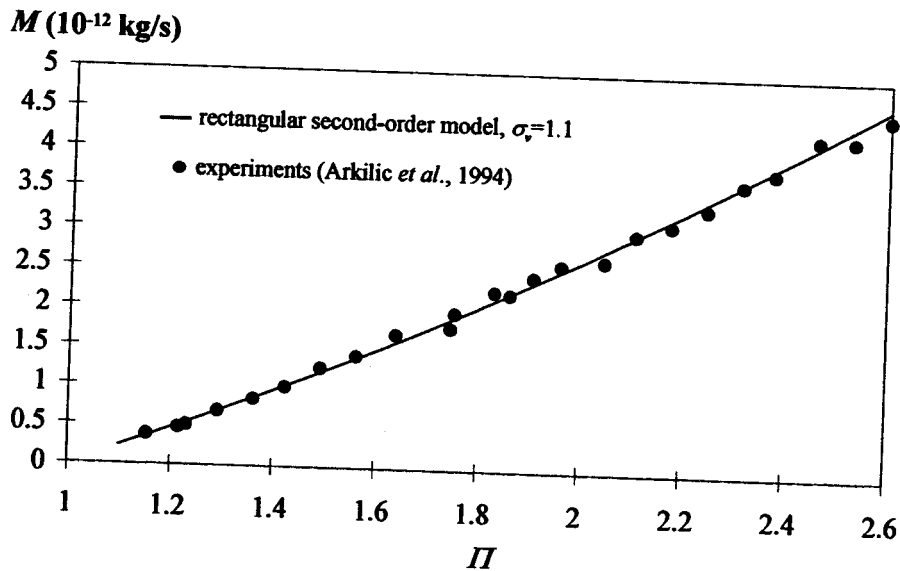


Figure 4. Comparison between experiments (Arkilic et al., 1994) and rectangular second-order model.

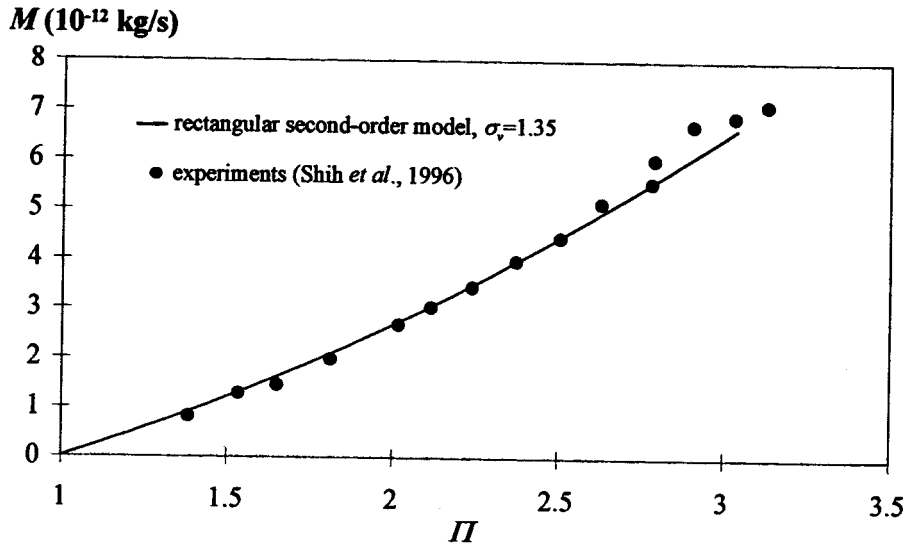


Figure 5. Comparison between experiments (Shih et al., 1996) and rectangular second-order model.

through a $1.2 \times 40 \mu\text{m}^2$ microduct at $T = 293$ K. The Knudsen number ranges from 0.07 (at the inlet) to 0.16 (at the outlet). A good correlation is found with an accommodation coefficient $\sigma_v = 1.35$, which gives $a_1 = 0.3270$, $a_2 = 0.9487$, and $a_3 = 4.479$ for $a = 3 \times 10^{-2}$.

It could be considered abnormal to find σ_v higher than unity. However, other authors have experimentally found $\sigma_v > 1$ to fit a first-order model. For example, Shih et al. [23] found $\sigma_v = 1.162$. Arkilic [37] has also found fitting values greater than 1.2 for low-Knudsen-number flows of CO_2 in rectangular microchannels, $1.33 \mu\text{m}$ in depth, and Kennard [38] thinks that a value of σ_v exceeding unity is conceivable.

An explanation regarding the inaccuracies in the experiments is in fact more convincing. They are essentially of two types: the inaccuracies in the mass flow measurement and the inaccuracies in the measurement of the section dimensions. About this point, the most precise article is that of Harley et al. [19], which reports an accuracy of $\pm 2\%$ for the mass flow, $\pm 1\%$ for the depth (with an additional roughness of 1%), and $\pm 2\%$ for the width. Moreover, the dimensions may change when the channels micromachined in silicon are capped with Pyrex glass anodically bonded to the silicon. Anduze [39] has found a depth 6.3% lower after bonding for a $1.8\text{-}\mu\text{m}$ -depth channel. This difference is probably due not only to measurement inaccuracies, but results in part from a section modification induced by the bonding.

Considering only an inaccuracy in the depth, we have found good agreement between the experimental data of Shih et al. and our second-order model with $\sigma_v = 1$, assuming a channel $1.145 \mu\text{m}$ in depth, 4.8% lower than the $1.2\text{-}\mu\text{m}$ depth given by the authors. Concerning the data of Arkilic et al., the agreement is found if the depth is changed from 1.33 to $1.31 \mu\text{m}$, which corresponds to a difference of 1.5% . So, a decrease of the depth of $0.02 \mu\text{m}$ has the same importance as an increase for σ_v of 10% .

CONCLUSION

An analytical model of steady gaseous flows through rectangular microducts with second-order boundary conditions has been proposed. It completes previous studies for flows in circular microtubes [30] or between parallel plates [31]. It has been shown that the mass flow rate is underestimated when second-order terms are not taken into account. Moreover, when the cross section of the microduct tends to a square cross section, the second-order terms become more significant.

In the literature, good correlation between experiments and the first-order model with a fitted value of the reflection coefficient σ_v can be found. But the deviation between the first-order and second-order models may reach 13% for $\text{Kn}_o = 0.1$ and $a = 1$. Consequently, the results obtained with the first-order model should be interpreted cautiously, when the Knudsen number is of the order of 0.1. In that case, the second-order model should be used.

The main problem in comparing the different models with experimental data lies in the difficulty in determining σ_v independently from the model itself. In fact, a good correlation between a first-order model or a second-order model and experiments can be obtained by fitting the coefficient σ_v . For example, a first-order model correlates well with experimental data for $\sigma_v = 1$ in the case of Figure 4 and 1.162 in the case of Figure 5. For this correlation, the reflection coefficient σ_v is merely an empirical coefficient [37, 40], but it is much too sensitive to the cross dimensions of the section. Direct Monte Carlo simulation may be used to solve this problem [41], but computing the converging solution for low-Mach-number flows in microducts [42] currently offers a challenge. A comparison of extensive experiments, made on the same microduct with different gases and different experimental conditions, could also give valuable information about σ_v variations, thus avoiding the inaccuracy in determining the section dimensions.

REFERENCES

1. T. A. Ameel, R. S. Warrington, R. S. Wegeng, and M. K. Drost, Miniaturization Technologies Applied to Energy Systems, *Energy Conversion and Management*, vol. 38, pp. 969–982, 1997.
2. M. Gad-el-Hak, The Fluid Mechanics of Microdevices—The Freeman Scholar Lecture, *J. Fluids Eng.*, vol. 121, pp. 5–33, 1999.
3. C.-H. Ho and Y.-C. Tai, Micro-Electro-Mechanical Systems (MEMS) and Fluid Flow, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, vol. 30, pp. 579–612, 1998.
4. M. A. Schmidt, Micromachining Technology and Its Application in Fluid Systems, in *Application Of Microfabrication To Fluid Mechanics*, FED-Vol. 197, pp. 1–7, ASME, New York, 1994.
5. U. Wallrabe, P. Ruther, T. Schaller, and W. K. Schomburg, Microsystems in Medicine, *Int. J. Artificial Organs*, vol. 21, pp. 137–146, 1998.
6. A. Beskok and G. E. Karniadakis, Simulation of Heat And Momentum Transfer in Complex Microgeometries, *J. Thermophys. Heat Transfer*, vol. 8, pp. 647–655, 1994.
7. A. Beskok, G. E. Karniadakis, and W. Trimmer, Rarefaction and Compressibility Effects in Gas Microflows, *J. Fluids Eng.*, vol. 118, pp. 448–456, 1996.
8. C. S. Chen, S. M. Lee, and J. D. Sheu, Numerical Analysis of Gas Flow in Microchannels, *Numer. Heat Transfer A*, vol. 33, pp. 749–762, 1998.
9. H. P. Kavehpour, M. Faghri, and Y. Asako, Effects of Compressibility and Rarefaction on Gaseous Flows in Microchannels, *Numer. Heat Transfer A*, vol. 32, pp. 677–696, 1997.

10. C. K. Oh, E. S. Oran, and R. S. Sinkovits, Computations of High-Speed, High Knudsen Number Microchannel Flows, *J. Thermophys. Heat Transfer*, vol. 11, pp. 497–505, 1997.
11. E. S. Piekos and K. S. Breuer, Numerical Modeling of Micromechanical Devices Using the Direct Simulation Monte Carlo Method, *J. Fluids Eng.*, vol. 118, pp. 464–469, 1996.
12. F. Sharipov, Rarefied Gas Flow through a Long Rectangular Channel, *J. Vacuum Sci. Technol. A*, vol. 17, pp. 3062–3066, 1999.
13. E. B. Arkilic, K. S. Breuer, and M. A. Schmidt, Gaseous Flow in Microchannels, in *Application of Microfabrication to Fluid Mechanics, FED-Vol. 197*, pp. 57–66, ASME, New York, 1994.
14. E. B. Arkilic, Gaseous Flow in Micron-Sized Channels, Master's thesis, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, 1994.
15. E. B. Arkilic, M. A. Schmidt, and K. S. Breuer, Gaseous Slip Flow in Long Microchannels, *J. Microelectromech. Syst.*, vol. 6, pp. 167–178, 1997.
16. T. A. Ameel, X. Wang, R. F. Barron, and R. O. J. Warrington, Laminar Forced Convection in a Circular Tube with Constant Heat Flux and Slip Flow, *Microscale Thermophys. Eng.*, vol. 1, pp. 303–320, 1997.
17. S. B. Choi, R. F. Barron, and R. O. Warrington, Fluid Flow and Heat Transfer in Microtubes, *DSC-Vol. 32*, pp. 123–133, ASME, New York, 1991.
18. J. C. Harley, Compressible Gas Flows in Microchannels and Microjets, Ph.D. thesis, University of Pennsylvania, Philadelphia, PA, 1993.
19. J. C. Harley, Y. Huang, H. H. Bau, and J. N. Zemel, Gas Flow in Micro-channels, *J. Fluid Mech.*, vol. 284, pp. 257–274, 1995.
20. J. Liu, Y.-C. Tai, and C.-M. Ho, MEMS for Pressure Distribution Studies of Gaseous Flows in Microchannels, *8th Annual Int. Workshop MEMS*, IEEE, Amsterdam, pp. 209–215, 1995.
21. J. Pfahler, J. Harley, H. Bau, and J. N. Zemel, Gas and Liquid Flow in Small Channels, *DSC-Vol. 32*, pp. 49–60, ASME, New York, 1991.
22. K.-C. Pong, C.-M. Ho, J. Liu, and Y.-C. Tai, Non-linear Pressure Distribution in Uniform Microchannels, in *Application of Microfabrication to Fluid Mechanics, FED-Vol. 197*, pp. 51–56, ASME, New York, 1994.
23. J. C. Shih, C.-M. Ho, J. Liu, and Y.-C. Tai, Monatomic and Polyatomic Gas Flow through Uniform Microchannels, *DSC-Vol. 59*, pp. 197–203, ASME, New York, 1996.
24. Z. Y. Guo and X. B. Wu, Further Study on Compressibility Effects on the Gas Flow and Heat Transfer in a Microtube, *Microscale Thermophys. Eng.*, vol. 2, pp. 111–120, 1998.
25. Z. Y. Guo and X. B. Wu, Compressibility Effect on the Gas Flow and Heat Transfer in a Microtube, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 40, pp. 3251–3254, 1997.
26. E. B. Arkilic and K. S. Breuer, Gaseous Flow in Small Channels, AIAA Paper 93-3270, pp. 1–7, 1993.
27. A. R. Bestman, I. O. Ikonwa, and I. U. Mbelegodu, Transient Slip Flow, *Int. J. Energy Res.*, vol. 19, pp. 275–277, 1995.
28. S. Colin, C. Aubert, and R. Caen, Unsteady Gaseous Flows in Rectangular Microchannels: Frequency Response of One or Two Pneumatic Lines Connected in Series, *Eur. J. Mech. B/Fluids*, vol. 17, pp. 79–104, 1998.
29. A. Beskok and G. E. Karniadakis, A Model for Flows in Channels, Pipes, and Ducts at Micro and Nano Scales, *Microscale Thermophys. Eng.*, vol. 3, pp. 43–77, 1999.
30. A. K. Sreekanth, Slip Flow through Long Circular Tubes, *6th Int. Symp. on Rarefied Gas Dynamics*, pp. 667–680, Academic Press, New York, 1969.
31. Y. Mitsuya, Modified Reynolds Equation for Ultra-Thin Film Gas Lubrication Using 1,5-Order Slip-Flow Model and Considering Surface Accommodation Coefficient, *J. Tribol.*, vol. 115, pp. 289–294, 1993.
32. W. A. Ebert and E. M. Sparrow, Slip Flow in Rectangular and Annular Ducts, *J. Basic Eng.*, vol. 87, pp. 1018–1024, 1965.

33. G. L. Morini and M. Spiga, Slip Flow in Rectangular Microtubes, *Microscale Thermophys. Eng.*, vol. 2, pp. 273–282, 1998.
34. C. Aubert, Ecoulements compressibles de gaz dans les microcanaux: effets de raréfaction, effets instationnaires, Ph.D. thesis, Université Paul Sabatier, Toulouse, France, 1999.
35. R. G. Deissler, An Analysis of Second-Order Slip Flow and Temperature-Jump Boundary Conditions for Rarefied Gases, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 7, pp. 681–694, 1964.
36. A. Beskok, G. E. Karniadakis, and W. Trimmer, Rarefaction, Compressibility and Thermal Creep Effects in Micro-flows, *The Winter Annual Meeting of ASME*, San Francisco, CA, 1995.
37. E. B. Arkilic, Measurement of the Mass Flow and Tangential Momentum Accommodation Coefficient in Silicon Micromachined Channels, Ph.D. thesis, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, 1997.
38. E. H. Kennard, *Kinetic Theory of Gases*, McGraw-Hill, New York, 1938.
39. M. Anduze, Etude expérimentale et numérique de microécoulements liquides dans les micro-systèmes fluidiques, Ph.D. thesis, Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse, Toulouse, France, 2000.
40. E. B. Arkilic, M. A. Schmidt, and K. S. Breuer, TMAC Measurement in Silicon Micromachined Channels, *Symp. on Rarefied Gas Dynamics*, Beijing, China, pp. 1–5, 1996.
41. L. S. Pan, G. R. Liu, and K. Y. Lam, Determination of Slip Coefficient for Rarefied Gas Flows Using Direct Simulation Monte Carlo, *J. Micromech. Microeng.*, vol. 9, pp. 89–96, 1999.
42. E. S. Oran, C. K. Oh, and B. Z. Cybyk, Direct Simulation Monte Carlo: Recent Advances and Applications, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, vol. 30, pp. 403–441, 1998.

Bibliographie

Albertoni S., Cercignani C. and Gotusso L. (1963). Numerical evaluation of the slip coefficient. *The Physics of Fluids*, vol. 6 (n. 6, jul.) : pp. 993-996.

Anduze M., Bourouina T., Caen R., Charbonnier S., Colin S., Daniau W., Dilhan M., Dufour I., Estève D., Français O., Grandchamp J.-P., Grosgeorges A., Gué A.M., Hervé T., Julie G., Noury N., Siche J.P., Tasselli J. and Vialaret G. (1998). MICROMED - Microsystèmes médicaux : application au contrôle ambulatoire de la pression artérielle. Journée Microsystèmes des Laboratoires du CNRS, Paris.

Anduze M. (2000). Thèse : Etude expérimentale et numérique de microécoulements liquides dans les microsystèmes fluidiques. Toulouse, Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse.

Anduze M., Colin S., Caen R., Camon H., Conedera V. and Do Conto T. (2001). Analysis and testing of a fluidic vortex microdiode. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, vol. 11, pp. 108-112.

Arkilic E.B. (1997). Measurement of the mass flow and tangential momentum accommodation coefficient in silicon micromachined channels. Department of Aeronautics and Astronautics. Cambridge, Massachusetts Institute of Technology: p. 72.

Arkilic E.B., Breuer K.S. and Schmidt M.A. (1994). Gaseous flow in microchannels. *Application of microfabrication to fluid mechanics*. New-York, ASME. FED-197 : pp. 57-66.

Arkilic E.B., Schmidt M.A. and Breuer K.S. (1996). TMAC measurement in silicon micromachined channels. *Symposium on Rarefied Gas Dynamics*. Beijing, China: pp. 1-5.

Arkilic E.B., Schmidt M.A. and Breuer K.S. (1997). Gaseous slip flow in long microchannels. *Journal of Microelectromechanical Systems*, vol. 6 (n. 2) : pp. 167-178.

Ashauer M., Glosch. H., Hedrich F., Hey N., Sandmeier H. and Lang W. (1998). Thermal flow sensor for liquid and gases. *Micro-Electro-Mechanical Systems (MEMS)*, DSC-vol. 66: pp. 427-432.

Aubert C. and Colin S. (1999). Slip flow dans des microcanaux de section rectangulaire : influence des termes d'ordre deux dans les conditions aux limites. 14ème Congrès Français de Mécanique, Toulouse.

Aubert C. and Colin S. (2001). High order boundary conditions for gaseous flows in rectangular microchannels. *Microscale Thermophysical Engineering*, vol. 5 (n. 1) : pp. 41-54.

Berberig O., Nottmeyer K., Mizuno J., Kanai Y. and Kobayashi T. (1998). The Prandtl micro flow sensor (PMFS): a novel silicon diaphragm capacitive sensor for flow-velocity measurement. *Sensors and Actuators A*, vol. 66 (n. 1-3) : pp. 93-98.

Bergoglio M., Calcatelli A. and Rumiano G. (1995). Gas flowrate measurements for leak calibration. *Vacuum*, vol. 46 (n. 8-10) : pp. 763-765.

Beskok A. and Karniadakis G.E. (1999). A model for flows in channels, pipes, and ducts at micro and nano scales. *Microscale Thermophysical Engineering*, vol. 3 (n. 1) : pp. 43-77.

Beskok A., Karniadakis G.E. and Trimmer W. (1996). Rarefaction and compressibility effects in gas microflows. *Journal of Fluids Engineering*, vol. 118 (n. september) : pp. 448-456.

Chapman S. and Cowling T.G. (1952). The mathematical theory of non-uniform gases. Cambridge, University Press.

Choi S.B., Barron R.F. and Warrington R.O. (1991). Fluid flow and heat transfer in microtubes. New-York, ASME. DSC-vol. 32 : pp. 123-133.

Dannel J.S. and Camon H. (1994). Le micro-usinage du silicium. *L'onde électrique*, vol. 74, (n. 2) : 21-27.

Deissler R.G. (1964). An analysis of second-order slip flow and temperature-jump boundary conditions for rarefied gases. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 7: pp. 681-694.

Döepper J., Clemens M. Ehrfeld W., Jung S., Kämper K.P. and Lehr H. (1997). Microgear pumps for dosing of viscous fluids. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, vol. 7, pp. 230-232.

Ebert W.A. and Sparrow E.M. (1965). Slip flow in rectangular and annular ducts. *Journal of Basic Engineering*, vol. 87 (December) : pp. 1018-1024.

Esashi M., Shoji S. and Nakano A. (1989). Normally closed microvalve and micropump fabricated on a silicon wafer. *Sensors and Actuators A*, vol. 20: pp. 163-169.

Forster F.K., Bardell R.L., Afromowitz M.A., Sharma N.R. and Blanchard A. (1995). Design, fabrication and testing of fixed-valve micro-pumps. *ASME FED-vol. 34*, pp. 39-44.

Gad-el-Hak M. (1999). The fluid mechanics of microdevices - The Freeman Scholar Lecture. *Journal of Fluid Engineering*, vol. 121: pp. 5-33.

Gerlach T. (1994). A simple micropump employing dynamic passive valves made in silicon. *Micro System Technologies*, Berlin : pp.1025-1034.

Goll C., Bacher W., Bustegens B., Mas D., Menz W. and Schomburg W.K. (1996). Microvalves with bistable buckled polymer diaphragms. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, vol. 6 (n. 1) : pp. 77-79.

Harley J.C., Huang Y., Bau H.H. and Zemel J.N. (1995). Gas flow in micro-channels. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 284: pp. 257-274.

Jie D., Diao X., Cheong K.B. and Yong L.K. (2000). Navier-Stokes simulations of gas flow in micro-devices. *J. Micromech. Microeng.*, vol. 10: pp. 372-379.

Kennard E.H. (1938). Kinetic theory of gases. New-York, McGraw-Hill Book Company.

Knudsen M. (1909). Die Gesetze der Molecularströmung und der inneren Reibungsströmung der Gase durch Röhren. *Annalen der Physik*, vol. 28: pp. 75-130.

- Kreith F. and Eisenstadt R. (1957).** Pressure drop and flow characteristics of short capillary tubes at low Reynolds numbers. *Transactions of the ASME*, (July) : pp. 1070-1078.
- Lammerink T.S.J., Tas N.R., Elwenspoek M. and Fluitman J.H.J. (1993).** Micro-liquid flow sensor. *Sensors and Actuators A*, vol. 37-38: pp. 45-50.
- Läritz C. and Pagel L. (2000).** A microfluidic pH-regulation system based on printed circuit board technology. *Sensors and Actuators*, vol. 84: pp. 230-235.
- Liu J., Tai Y.-C. and Ho C.-M. (1995).** MEMS for pressure distribution studies of gaseous flows in microchannels. *8th Ann. Int. Workshop MEMS*. Amsterdam, IEEE: pp. 209-215.
- Mas-Blanquet I. (1998).** Etude des écoulements compressibles dans les microsystèmes à fluides. Toulouse, Université Paul Sabatier.
- Maxwell J.C. (1879).** On stresses in rarefied gases arising from inequalities of temperature. *Philosophical Transactions of the Royal Society*, vol. 170 (part 1) : pp. 231-256.
- McCulloh K.E., Tilford C.R., Ehrlich C.D. and Long F.G. (1987).** Low-range flowmeters for use with vacuum and leak standards. *Journal of Vacuum Science Technology A*, vol. 5 (n. 3) : pp. 376-381.
- Mitsuya Y. (1993).** Modified Reynolds equation for ultra-thin film gas lubrication using 1,5-order slip-flow model and considering surface accommodation coefficient. *Journal of Tribology*, vol. 115 (April) : pp. 289-294.
- Nguyen N.T., Schubert S., Richter S. and Dotzel W. (1998).** Hybrid-assembled micro dosing system using silicon-based micropump/valve and mass flow sensor. *Sensors and Actuators A*, vol. 69 (n. 1) : pp. 85-91.
- Nguyen N.T. and White R.M. (1999).** Design and optimization of an ultrasonic flexural plate wave micropump using numerical simulation. *Sensors and Actuators A*, vol. 77 (n. 3) : pp. 229-236.
- Olsson A., Enoksson P., Stemme G. and Stemme E. (1997).** Micromachined flat-walled valveless diffuser pumps. *Journal of Microelectromechanical Systems*, vol. 6 (n. 2) : pp. 161-166.
- Ohnstein T., Fukiura T., Ridley T. and Bonne U. (1990).** Micromachined silicon microvalve. *IEEE*, vol. CH2832-4/90/0000-0095: pp. 95-98.
- Pfahler J., Harley J., Bau H. and Zemel J. (1991).** Gas and liquid flow in small channels. New-York, ASME. DSC-vol. 32 : pp. 49-60.
- Pham-Van-Diepp G., Keeley P., Muntz E.P. and Weaver D.P. (1995).** *Rarefied Gas Dynamics*, Proceedings 19th International Symposium on Rarefied Gas Dynamics. Ed. by Harvey J. and Lord G. (Oxford University Press, Oxford): pp. 715-721.

- Piekos E.S. and Breuer K.S. (1996).** Numerical modeling of micromechanical devices using the direct simulation Monte Carlo method. *Journal of Fluids Engineering*, vol. 118 (September) : pp. 464-469.
- Pong K.C., Ho C.M., Liu J. and Tai Y.C. (1994).** Non-linear pressure distribution in uniform microchannels. *Application of microfabrication to fluid mechanics*. ASME. New-York, ASME. FED-vol. 197 : pp. 51-56.
- Qiu L., Hein S., Obermeier E. and Schubert A. (1996).** Micro gas-flow sensor with integrated heat sink and flow guide. *Sensors and Actuators A*, vol. 54: pp. 547-551.
- Rapp R., Schomburg W.K., Maas D., Schulz J. and Stark W. (1994).** LIGA micropump for gases and liquids. *Sensors and Actuators A*, vol. 40: pp. 57-61.
- Robadey J., Paul O. and Baltes H. (1995).** Two-dimensional integrated gas flow sensors by CMOS IC technology. *J. Micromech. Microeng.*, vol. 5: pp. 243-250.
- Schomburg W.K., Vollmer J., Bustgens B., Fahrenberg J., Hein H. and Menz W. (1994).** Microfluidic components in LIGA technique. *J. Micromech. Microeng.*, vol. 4: pp. 186-191.
- Shih J.C., Ho C.-M., Liu J. and Tai Y.-C. (1996).** Monatomic and polyatomic gas flow through uniform microchannels. New-York, ASME. DSC-vol. 59 : pp. 197-203.
- Shoji S. and Esashi M. (1994).** Microflow devices and systems. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, vol. 4: pp. 157-171.
- Smoluchowski M. (1898).** Ueber Wärmeleitung in verdünnten Gasen. *Annalen der Physik und Chemie*, vol. 64: pp. 101-130.
- Sreekanth A.K. (1969).** Slip flow through long circular tubes. *6th International Symposium on Rarefied Gas Dynamics*. L. Trilling and H. Y. Wachman. New-York, Academic Press: pp. 667-680.
- Stemme E. and Stemme G. (1993).** A valveless diffuser/nozzle-based fluid pump. *Sensors and Actuators A*, vol. 39: pp. 159-167.
- Tison S.A. (1993).** Experimental data and theoretical modeling of gas flows through metal capillary leaks. *Vacuum*, vol. 44 (n. 11-12) : pp. 1171-1175.
- Toda K., Maeda Y., Sanemasa I., Ishikawa K. and Kimura N. (1998).** Characteristics of a thermal mass-flow sensor in vacuum systems. *Sensors and Actuators A*, vol. 69 (n. 1) : pp. 62-67.
- Vargo S.E. and Muntz E.P. (1999).** Comparison of experiment and prediction for transitional flow in a single-stage micromechanical Knudsen compressor. *Rarefied Gas Dynamics*. R. Brun, R. Campargue, R. Gatignol and J.-C. Lengrand, Cépaduès Editions. 1 : pp. 711-718.

Vargo S.E., Muntz E.P., Shiflett G.R. and Tang W.C. (1999). Knudsen compressor as a micro- and macroscale vacuum pump without moving parts or fluids. *Journal of Vacuum Science Technology A*, vol. 17 (n. 4) : pp. 2308-2313.

Vollmer J., Hein H., Menz W. and Walter F. (1994). Bistable fluidic elements in LIGA technique for flow control in fluidic microactuators. *Sensors and Actuators A*, vol. 43: pp. 330-334.

Xue H. and Fan Q. (2000). A new analytic solution of the Navier-Stokes equations for microchannel flow. *Microscale Thermophysical Engineering*, vol. 4 (n. 2) : pp. 125-143.

Yang C. and Soeberg H. (1992). Monolithic flow sensor for measuring millilitre per minute liquid flow. *Sensors and actuators A*, vol. 33, pp. 143-153.

RESUME Cette étude est axée d'une part sur la réalisation d'un banc d'essais spécifique à la mesure de très faibles débits gazeux, et d'autre part sur une analyse expérimentale d'écoulements gazeux dans les microsystèmes, et plus particulièrement dans des microconduites. La diminution des dimensions transversales des conduites conduit à une raréfaction du gaz. Les débits sont alors sous-estimés par la théorie classique de type Navier-Stokes avec des conditions aux limites d'adhérence aux parois. L'objectif est de comparer des résultats expérimentaux d'écoulements gazeux dans des microconduites de sections circulaires et rectangulaires avec des modèles d'écoulements glissants (*slip-flow*).

L'étude est introduite par une présentation de quelques microdispositifs fluidiques. Différents modèles d'écoulements glissants sont ensuite présentés à travers les expressions des conditions aux limites adoptées par différents auteurs. Une revue non exhaustive de moyens de mesures de très faibles débits gazeux est également présentée. Le banc d'essais est décrit dans la seconde partie. Il peut mesurer des débits allant de $10^{-7} \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ à $5.10^{-13} \text{ m}^3\text{s}^{-1}$, avec des pressions amont ou aval allant de 2.10^4 Pa à 4.10^5 Pa , et des températures comprises entre $10 \text{ }^\circ\text{C}$ et $40 \text{ }^\circ\text{C}$. Les microconduites ont été testées avec des écoulements d'air, d'azote ou d'hélium. Les résultats expérimentaux sont présentés dans la troisième partie, ils sont comparés à des modèles d'écoulements non glissants et glissants avec des conditions aux limites de sauts de vitesse développés au premier ordre (développement de Maxwell) et au second ordre (développement de Deissler). Le modèle de premier ordre ne prédit correctement les débits observés que pour des nombres de Knudsen de sortie inférieurs à 0,05. Le modèle de second ordre prédit correctement les débits observés jusqu'à des nombres de Knudsen de sortie inférieurs à 0,2. La prédiction des grandeurs physiques locales n'est cependant pas vérifiée expérimentalement ; l'utilisation d'un modèle de type Navier-Stokes est alors discutée pour de tels écoulements. Les essais réalisés lors de cette Thèse permettent de constituer un début de banque de données expérimentales. Ils montrent qu'un certain nombre de questions demeurent posées, qui pourront trouver réponse grâce à des essais complémentaires en déterminant notamment les influences de la nature du gaz, de la température, de l'état de surface des matériaux ou encore du rapport de forme de la section des conduites.

MOTS CLES Microfluidique, expérimental, microtube, microcanal, écoulement gazeux.

TITLE Experimental study of gaseous flows in fluidic microsystems.

ABSTRACT This work deals with the realisation of an experimental set-up specific to the measurement of very small gaseous flows, and an experimental analysis of gaseous flows in microsystems, particularly in microducts. The reduction of the transversal dimensions of the ducts leads to the rarefaction of the gas. Flow rates are then underestimated by the classical theory using the Navier-stokes equations with no-slip velocity boundary conditions at the walls. Our aim is to compare experimental results relative to flows through microducts of circular and rectangular cross sections with theoretical results from slip-flow models.

The study is introduced by a presentation of some fluidic microsystems. Different slip-flow models are then presented in terms of boundary conditions adopted by different authors. A non exhaustive review of very small gaseous flow rate measurement techniques is also presented. The experimental set-up is described in the second section. It can measure flow rates from $10^{-7} \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ to $5.10^{-13} \text{ m}^3\text{s}^{-1}$, with upstream and downstream pressures from 2.10^4 Pa to 4.10^5 Pa , and temperatures between $10 \text{ }^\circ\text{C}$ and $40 \text{ }^\circ\text{C}$. The microducts have been tested with air, nitrogen or helium flows. The experimental results are presented in the third section ; they are compared with no-slip models and slip-flow models containing slip velocity boundary conditions developed to the first order (Maxwell development) and to the second order (Deissler development). The first order accurately predicts the measured flow rates only for outlet Knudsen numbers smaller than 0.05. The second order model accurately predicts the measured flow rates for outlet Knudsen numbers smaller than 0.2. The prediction of local physical characteristics is therefore not experimentally verified ; the use of a Navier-Stokes model is then discussed for these kinds of flows. The tests realised during this thesis allow a database of experimental results to be started. These show that several questions remain unanswered, the solution to which may be obtained by carrying out complementary tests to show the influence of the nature of the gas, the temperature, the conditions of the material surface or even the aspect ratio of the channels.

KEYWORDS Microfluidics, experimental, microtube, microchannel, gas flow.